

Modello e Progetto di Trasformatori in Alta Frequenza

Corso di Elettronica Industriale
A.A. 2015-2016

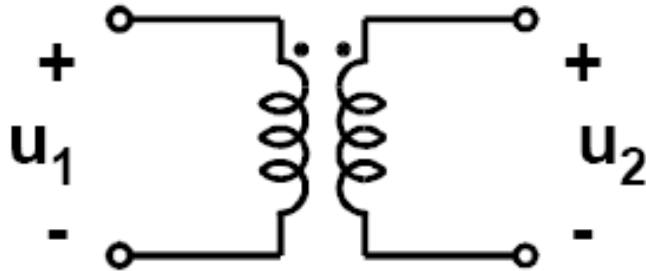
Corso di Laurea Magistrale Ingegneria Elettronica
Università di Firenze

Prof Ing Lorenzo Capineri

Argomenti trattati

- Motivazioni per l'uso di trasformatori ad AF (H.F.T. High Frequency Transformer)
- Richiami sul trasformatore ideale
 - Relazioni tra le tensioni
 - Relazioni tra le correnti
- Trasformatore a piú avvolgimenti
- Calcolo del flusso
- Dimensionamento del nucleo
- Caratteristiche del trasformatore reale

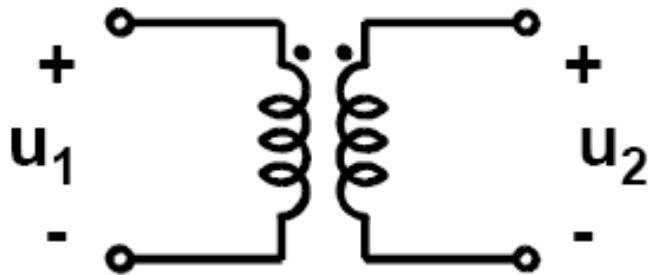
Motivazioni per l'uso dei trasformatori ad alta frequenza



Motivazioni valide anche per trasformatori a bassa frequenza

- Isolamento tra ingresso ed uscita
- Adattamento del livello di tensione
- Minore potenza di dimensionamento del convertitore ($U_i \approx U_{0max}$)
- Trasferimento di potenza o segnale

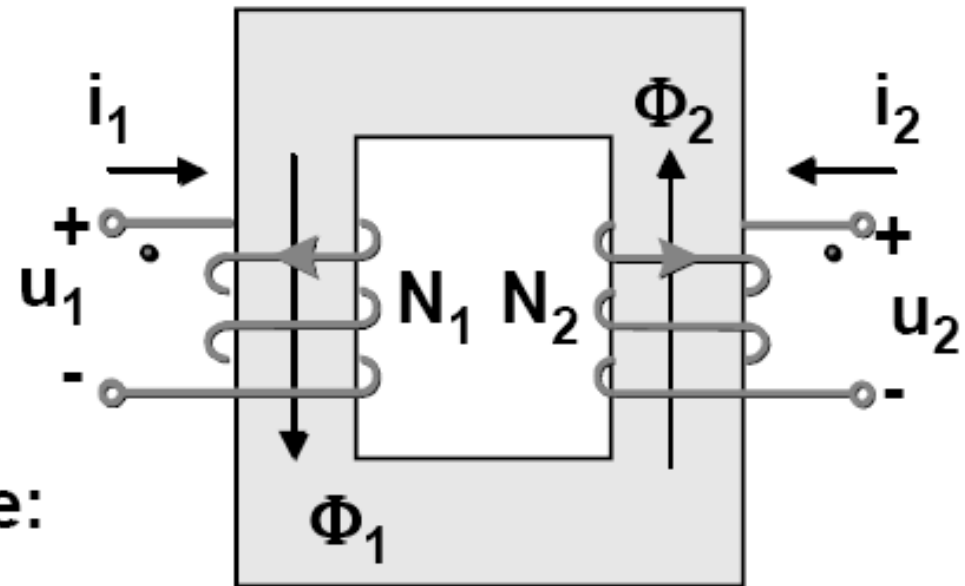
Motivazioni per l'uso dei trasformatori ad alta frequenza



Motivazioni tipiche dei trasformatori ad alta frequenza

- **Piccole dimensioni**
- **Possibilità di realizzare convertitori multi-uscita**
- **Adattamento di impedenza per trasduttori (i.e. altoparlanti, trasduttori ad ultrasuoni) allo stadio di pilotaggio**

Richiami sul trasformatore ideale



Trasformatore ideale:

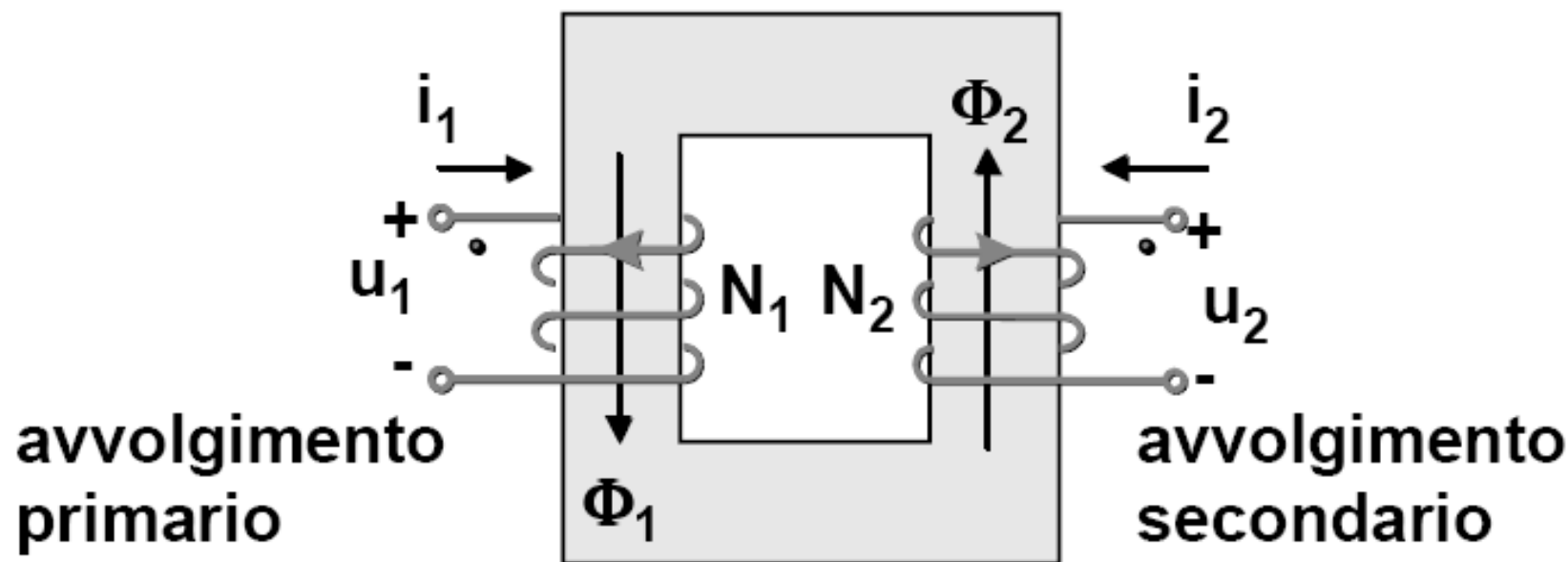
- nucleo con $\mu = \infty$

$$R = 0 \quad (R = \text{Riluttanza})$$

- avvolgimenti perfettamente accoppiati

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi$$

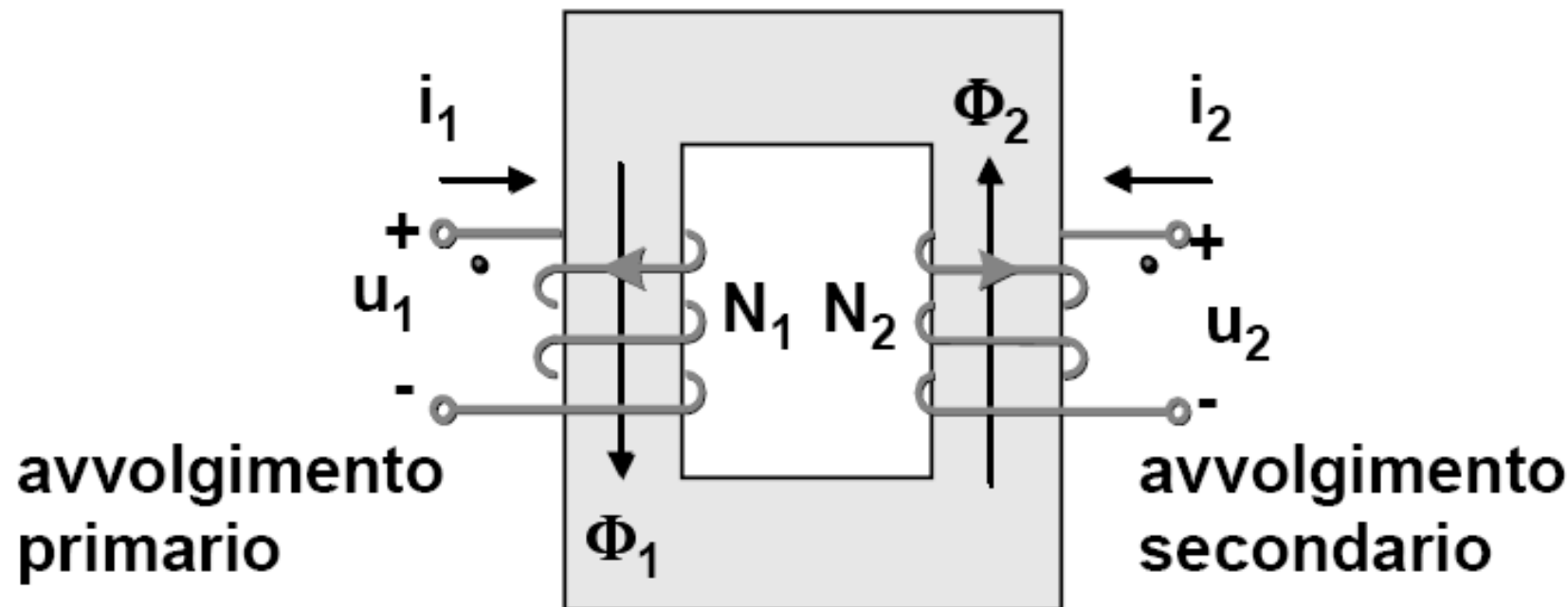
Relazione tra le tensioni



$\lambda = N\Phi =$ flusso concatenato

$$\begin{cases} u_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \cdot \frac{d\Phi_1}{dt} = N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \\ u_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = N_2 \cdot \frac{d\Phi_2}{dt} = N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2}}$$

Relazione tra le correnti

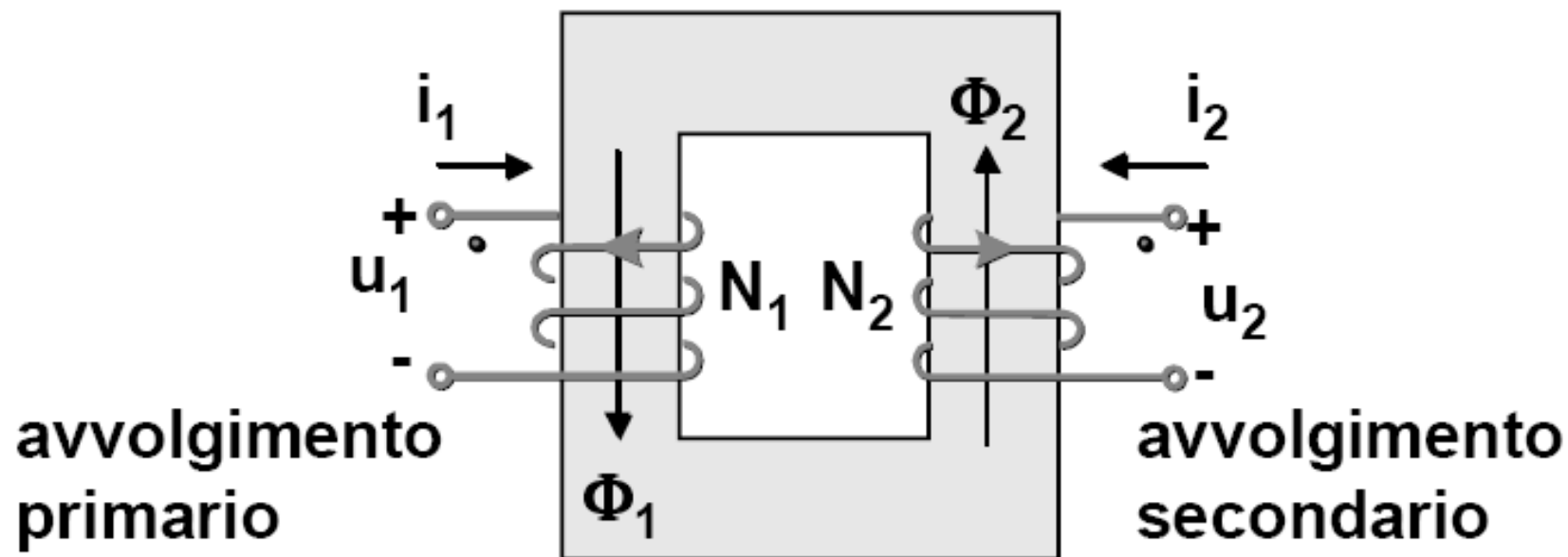


Compensazione delle forze magnetomotrici

$$N_1 \cdot i_1 + N_2 \cdot i_2 = R \cdot \Phi = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1}$$

Conservazione delle potenze



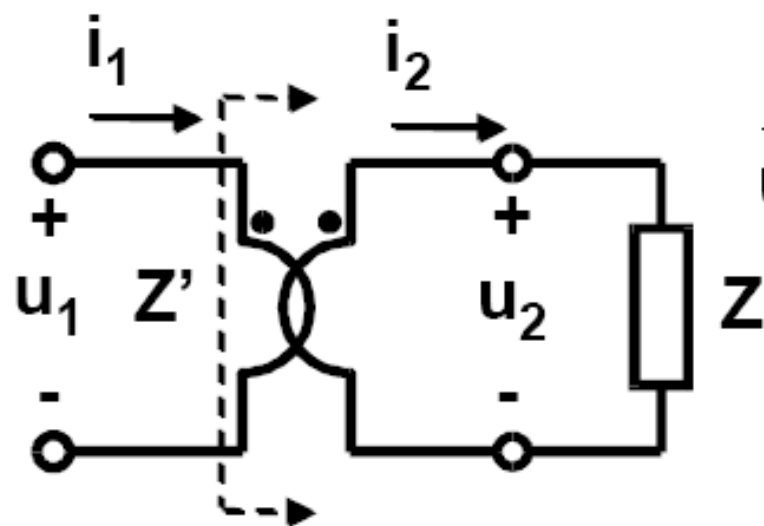
$$P_1 = u_1 \cdot i_1 = -\frac{N_1}{N_2} \cdot u_2 \cdot \frac{N_2}{N_1} \cdot i_2 = -u_2 \cdot i_2 = -P_2$$

$$P_1 + P_2 = 0$$

La totale potenza entrante nel trasformatore é nulla (potenza entrante = potenza uscente)

Adattamento di impedenza

Trasformatore ideale

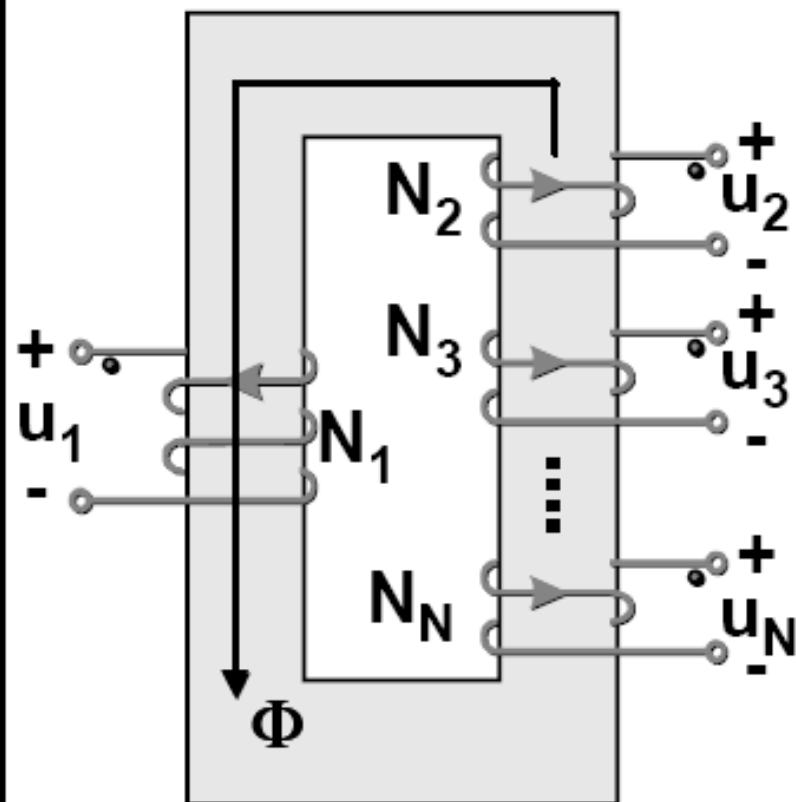


$$\frac{u_1(t)}{u_2(t)} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow \frac{U_1(s)}{U_2(s)} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{i_1(t)}{i_2(t)} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{I_1(s)}{I_2(s)} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$Z'(s) = \frac{U_1(s)}{I_1(s)} = \frac{U_2(s)}{I_2(s)} \cdot \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z(s)$$

Trasformatore a piú avvolgimenti



Trasformatore ideale

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \dots = \Phi_N = \Phi$$

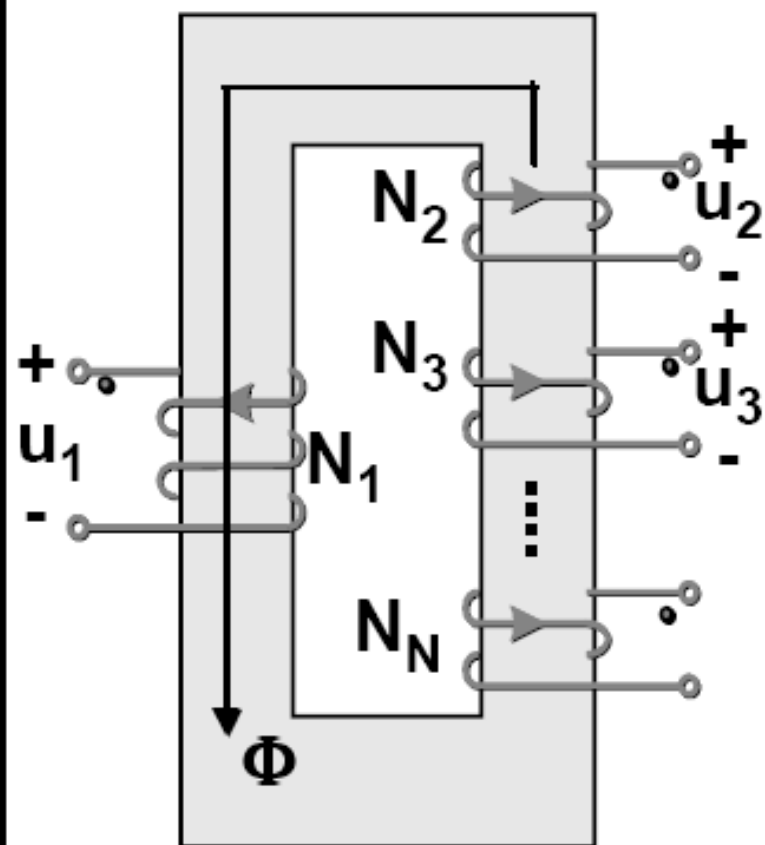
Legge delle tensioni

$$\frac{u_k}{u_j} = \frac{N_k}{N_j}$$

In particolare:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1}; \quad \dots \quad \frac{u_N}{u_1} = \frac{N_N}{N_1}$$

Trasformatore a piú avvolgimenti



Trasformatore ideale

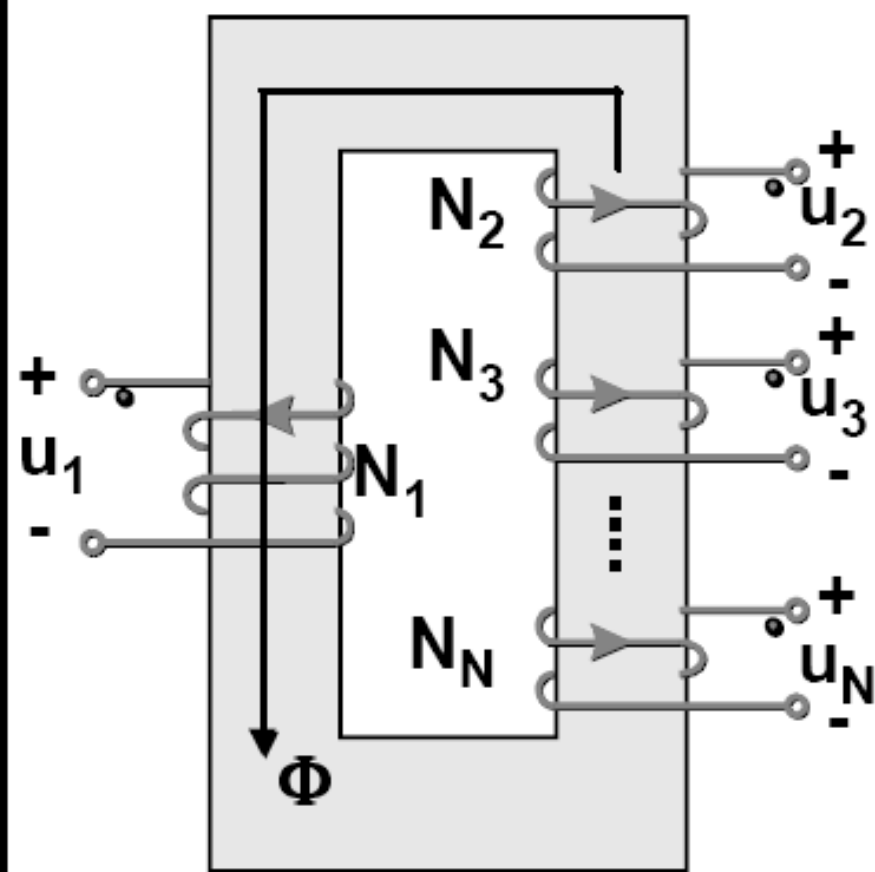
Legge delle correnti

$$\sum_1^N N_k \cdot i_k = R \cdot \Phi = 0$$

In particolare:

$$i_1 = -\frac{1}{N_1} \cdot (N_2 \cdot i_2 + \dots + N_N \cdot i_N)$$

Trasformatore a piú avvolgimenti



Trasformatore ideale

Legge delle potenze

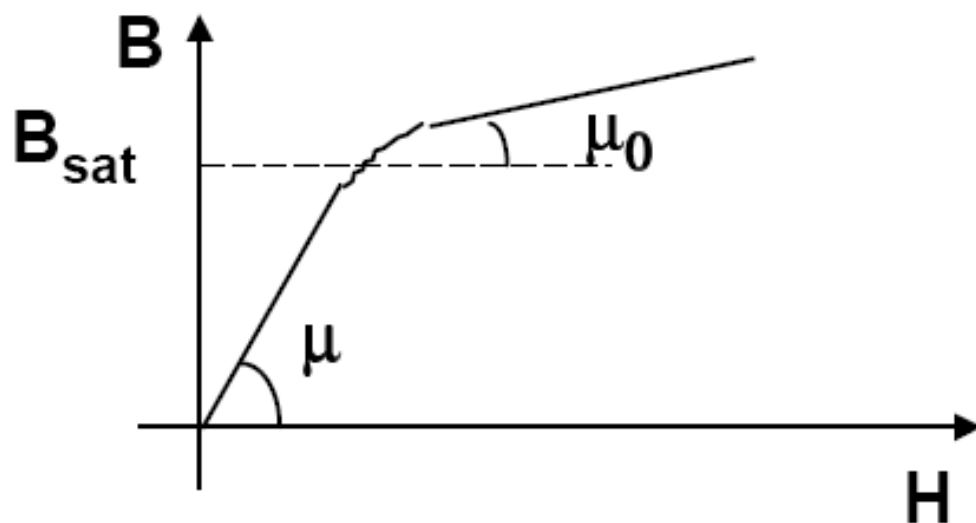
$$\sum_1^N u_k \cdot i_k = \sum_1^N P_k = 0$$

Limiti d'impiego posti dal nucleo magnetico

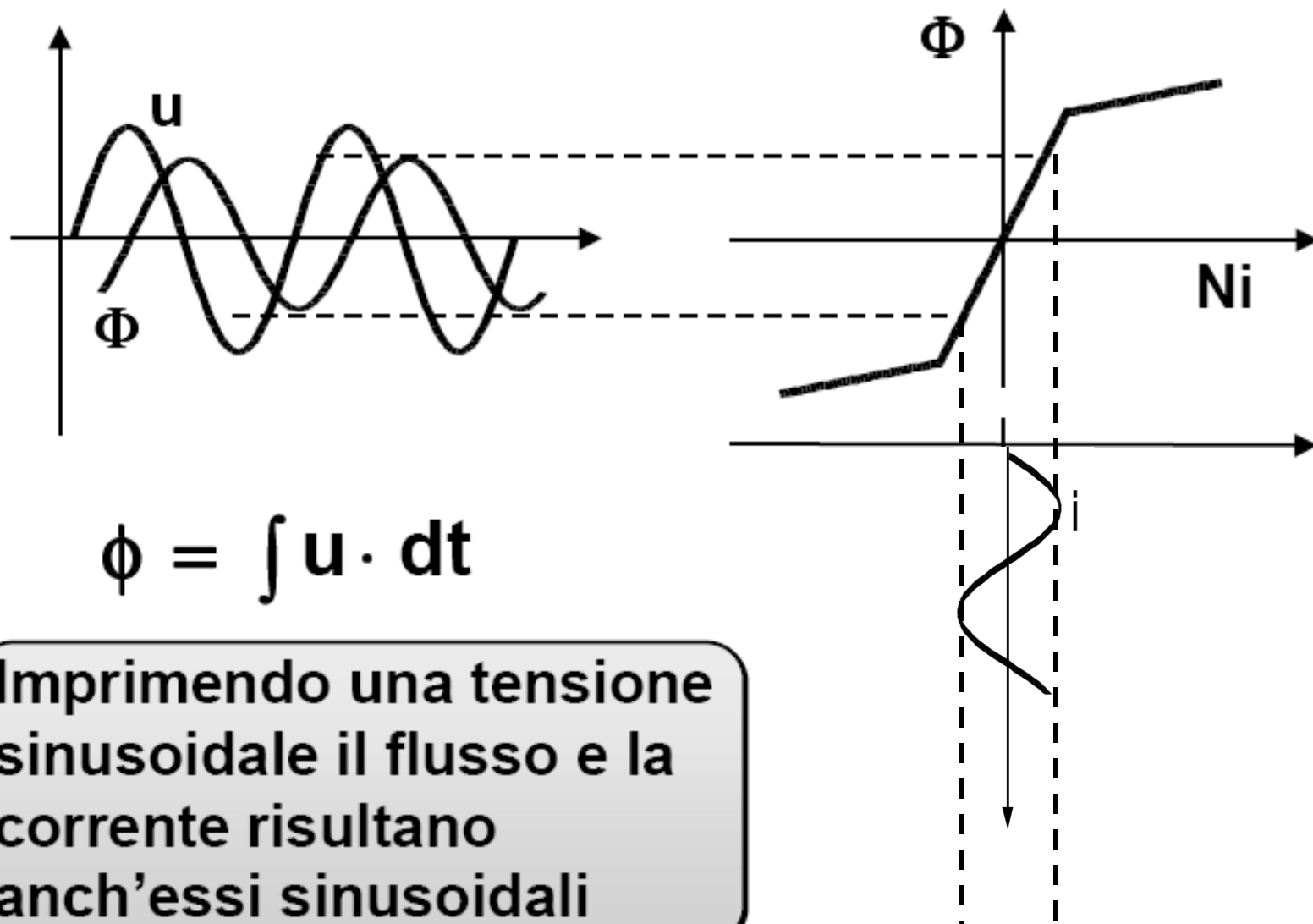
- La tensione non può avere componenti continue

$$\Phi(t) - \Phi(0) = \frac{1}{N} \cdot \int_0^t u(\tau) d\tau$$

- B_{\max} é limitata dalla saturazione

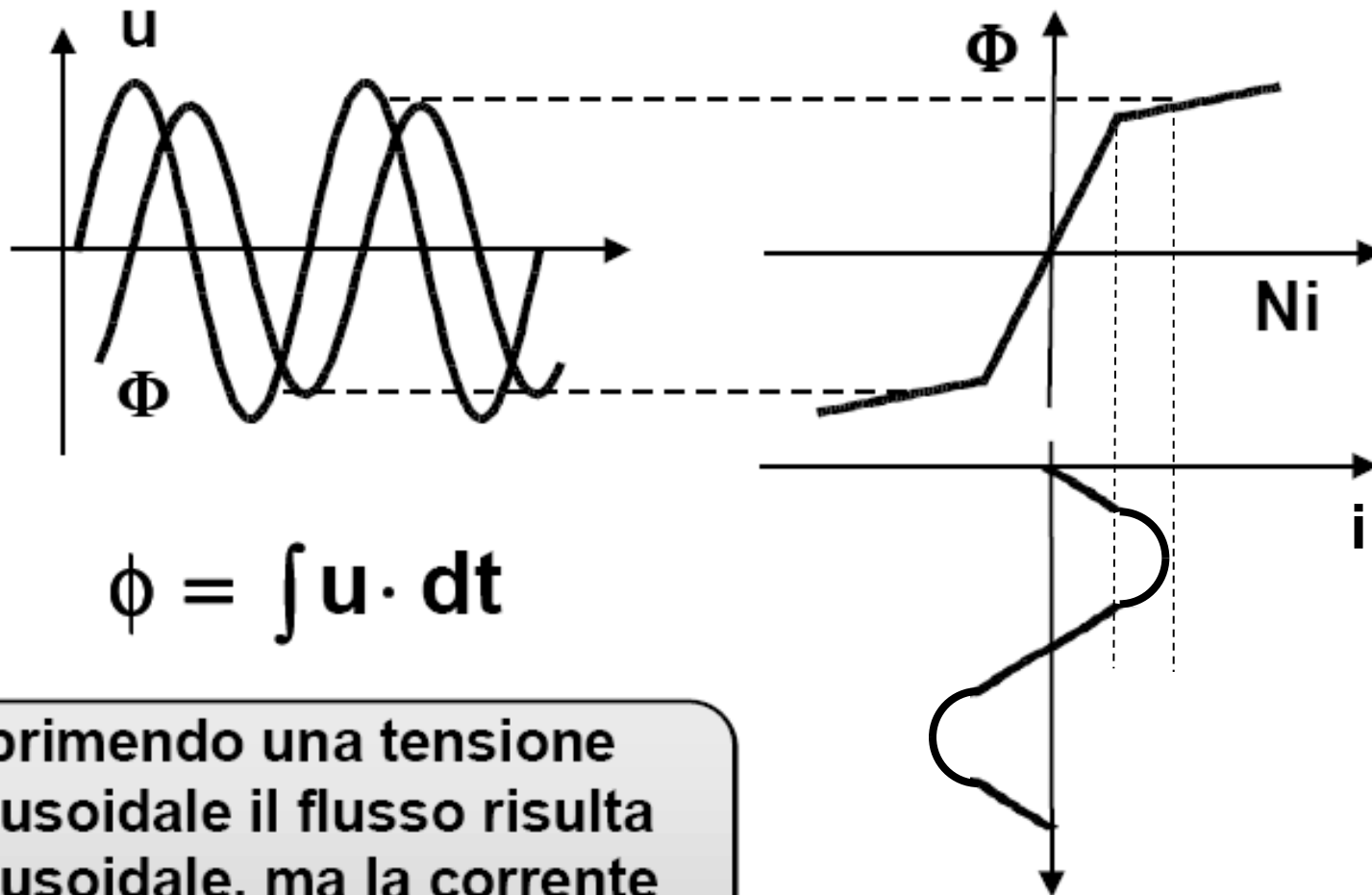


Funzionamento con nucleo non saturo



Imprimendo una tensione sinusoidale il flusso e la corrente risultano anch'essi sinusoidali

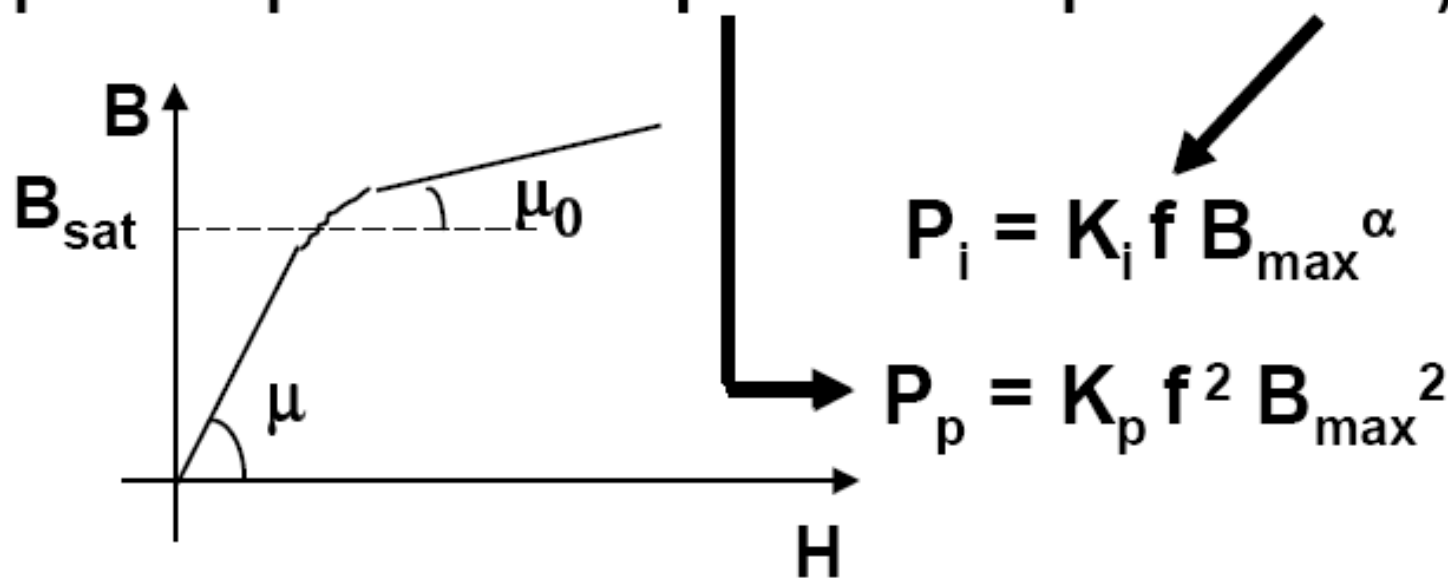
Funzionamento con nucleo saturo



Imprimendo una tensione sinusoidale il flusso risulta sinusoidale, ma la corrente si deforma a causa della non linearità della curva B-H

Limiti d'impiego posti dal nucleo magnetico

- La tensione non può avere componenti continue
- B_{\max} è limitata dalla saturazione (e dalle perdite per correnti parassite e per isteresi)



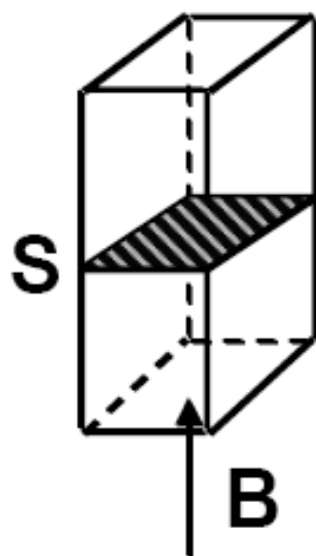
Materiali magnetici per alta frequenza debbono avere bassi coefficienti di perdita K_i e K_p . Si usano ferriti, che sono sinterizzati a piccola isteresi magnetica.

Dimensionamento del nucleo

- Il flusso Φ determina le dimensioni del nucleo

$$\Phi(t) - \Phi(0) = \frac{1}{N} \cdot \int_0^t u(\tau) d\tau$$

$$\Phi_{\max} = B_{\max} \cdot S \leq B_{\text{sat}} \cdot S$$



B_{sat} é una caratteristica del materiale: quindi Φ_{\max} determina S (cioé la sezione del nucleo magnetico)

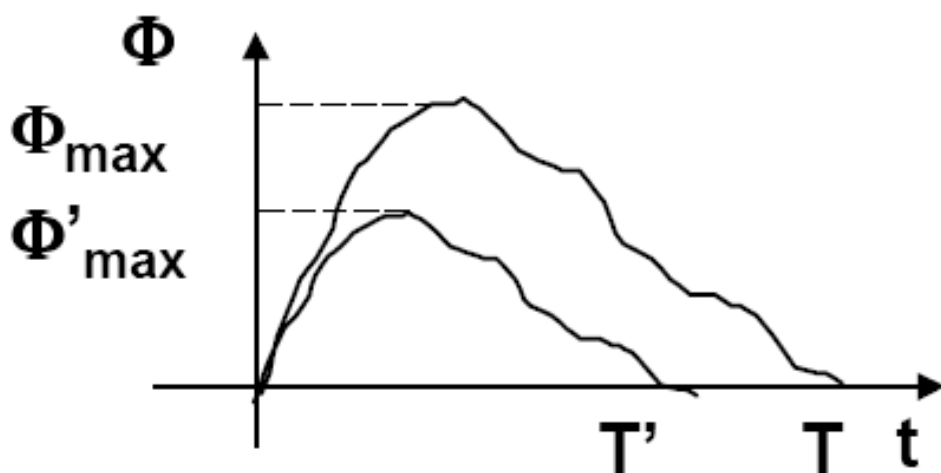
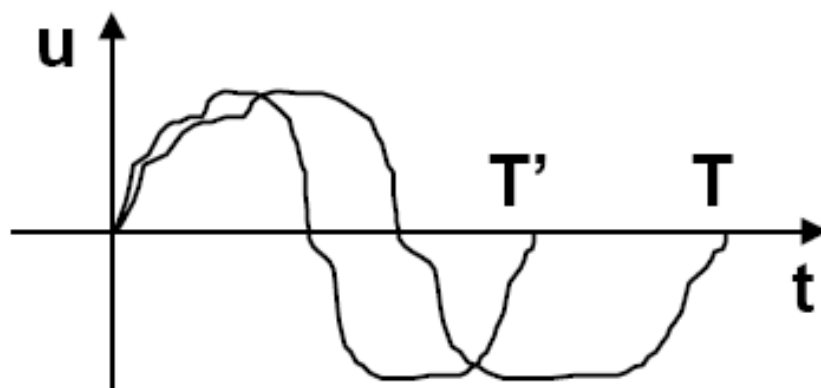
Dimensionamento del nucleo

Il flusso Φ determina le dimensioni del nucleo (assegnata B_{sat})

Data la forma d'onda della tensione, il valore massimo del flusso (Φ_{max}) é proporzionale al periodo

$$\phi = \int u \cdot dt$$

$$\frac{\Phi_{max}}{\Phi'_{max}} = \frac{T}{T'}$$



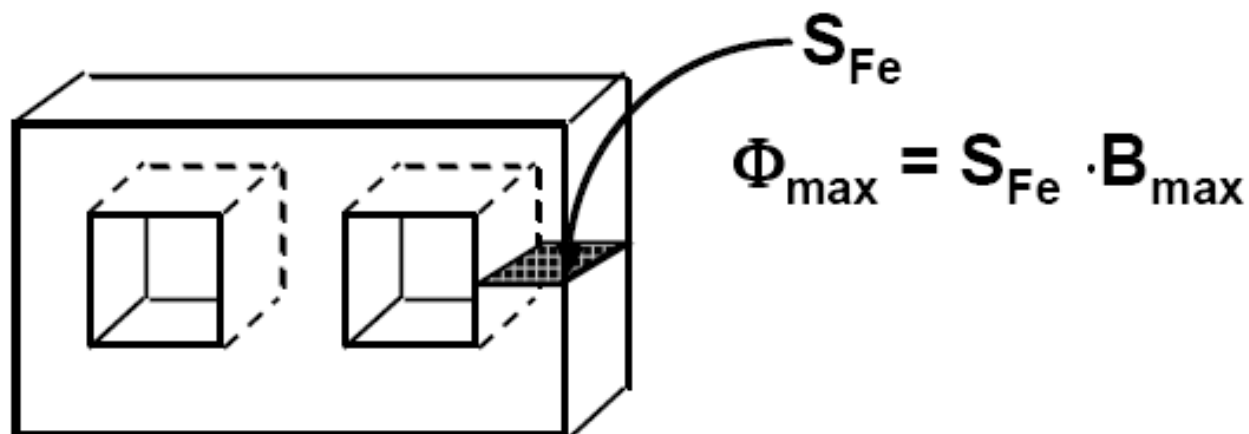
Dimensionamento del nucleo

- Il flusso Φ determina le dimensioni del nucleo (assegnata B_{sat})
- Data la forma d'onda della tensione, il valore massimo del flusso (Φ_{max}) é proporzionale al periodo



Un trasformatore dimensionato per funzionare a frequenza più elevata risulta più piccolo

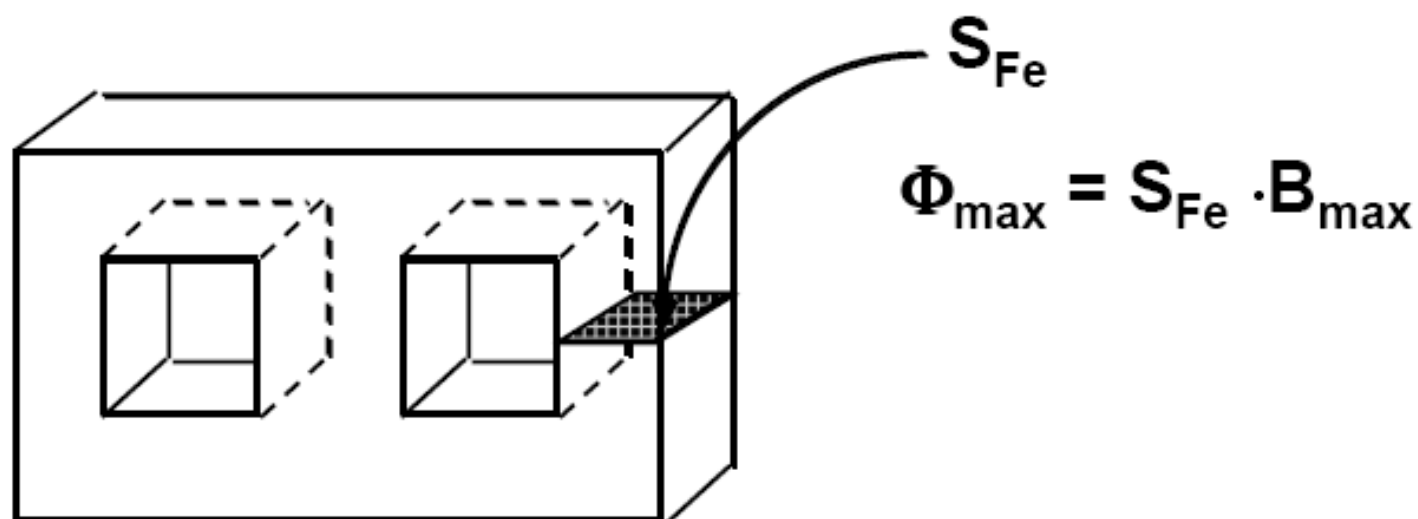
Potenza gestibile dal nucleo



$$B_{max} = \begin{cases} 0.5T & \text{Saturazione} \\ 0.1T & 100 \text{ kHz} \\ 0.03T & 500 \text{ kHz} \end{cases}$$

Al crescere della frequenza crescono le perdite per isteresi e correnti parassite

Potenza gestibile dal nucleo

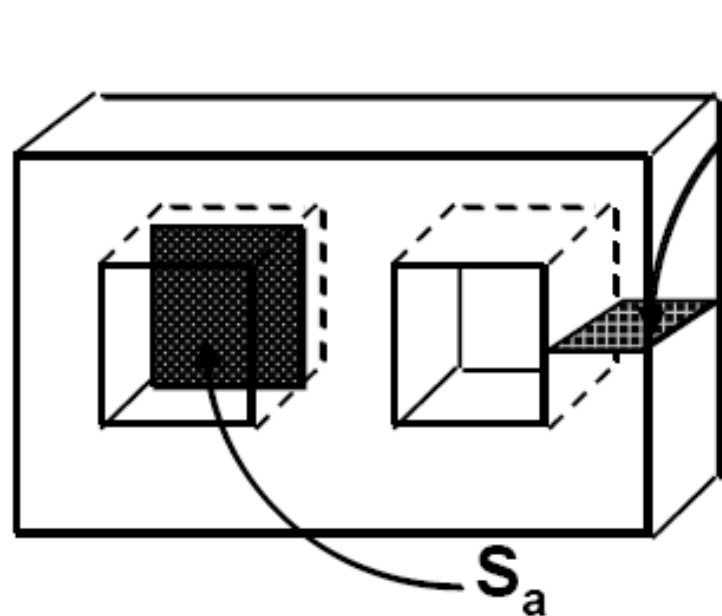


Posto: $\Phi = \Phi_{max} \cdot \text{sen } \omega t$

$$u = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = N \cdot \omega \cdot \Phi_{max} \cdot \text{cos } \omega t$$

$$U = \frac{N \cdot \omega \cdot B_{max} \cdot S_{Fe}}{\sqrt{2}} \quad U \uparrow \text{ se } \omega \uparrow$$

Potenza gestibile dal nucleo



S_{Fe}

$$\Phi_{\max} = S_{Fe} \cdot B_{\max}$$

$$U = \frac{N \cdot \omega \cdot B_{\max} \cdot S_{Fe}}{\sqrt{2}}$$

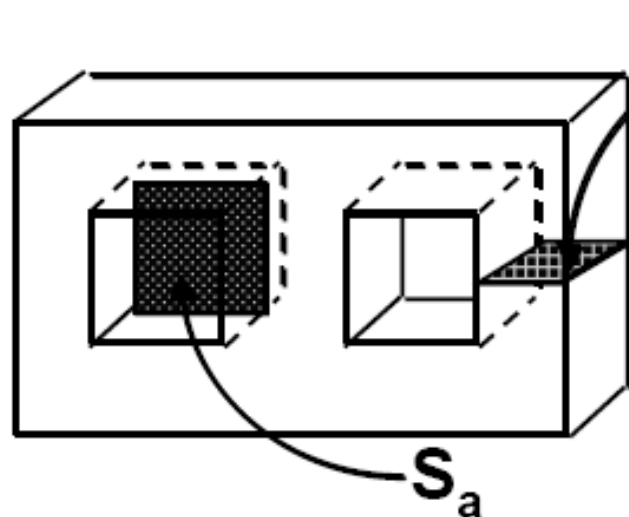
coeff. riempimento $\cong 0.5$

$$S_{aw} = \frac{S_a \cdot k_r}{2} = \frac{N \cdot I}{\delta_l}$$

3-5 A/mm²

2 avvolgimenti

Potenza gestibile dal nucleo



$$\Phi_{\max} = S_{Fe} \cdot B_{\max}$$
$$U = \frac{N \cdot \omega \cdot B_{\max} \cdot S_{Fe}}{\sqrt{2}}$$

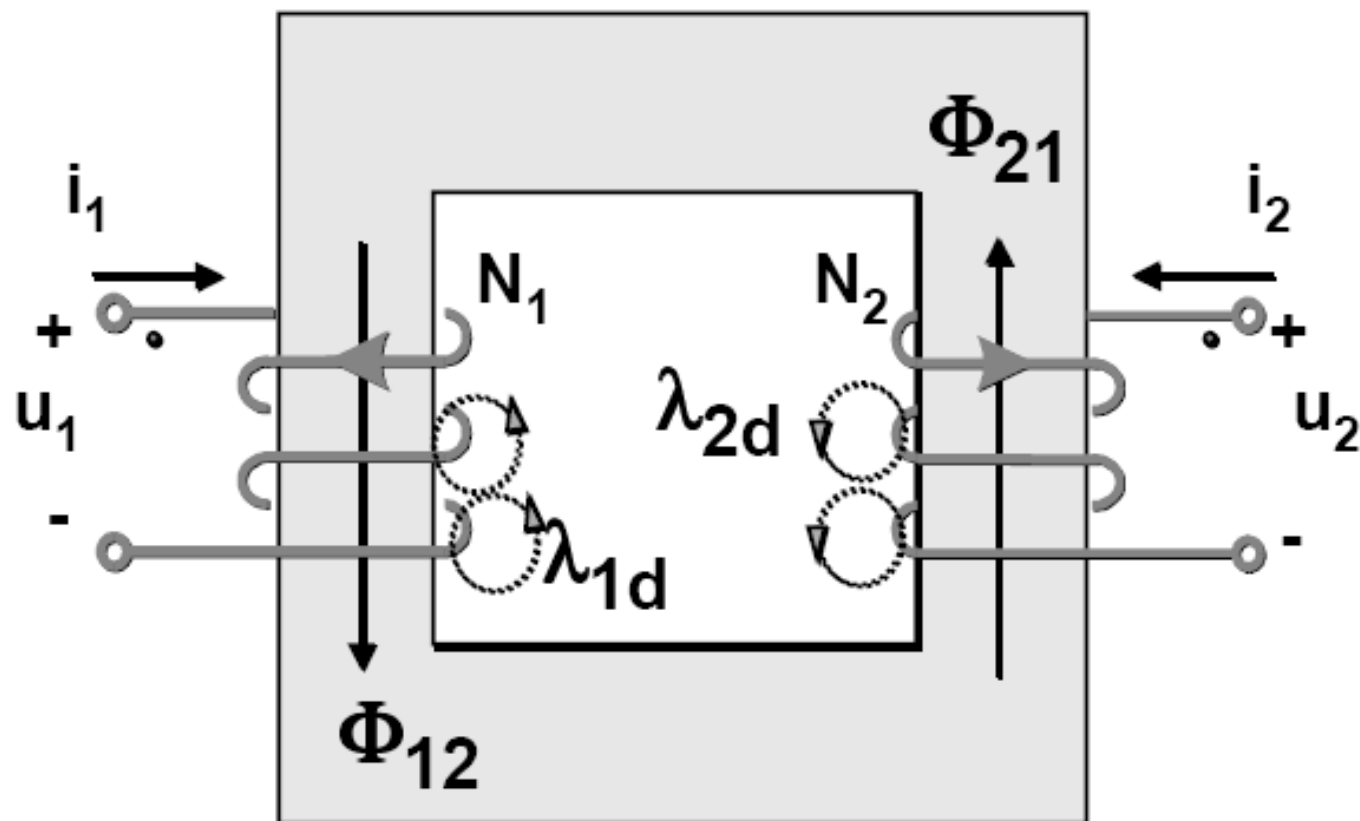
$$I = \frac{S_a \cdot k_r \cdot \delta_l}{2 \cdot N}$$

$$P = P_1 = P_2 = U \cdot I = \omega \cdot B_{\max} \cdot \underbrace{S_{Fe} \cdot S_a}_{\text{Area}} \cdot \delta_l \cdot \frac{k_r}{2\sqrt{2}}$$

Dimensioni del nucleo

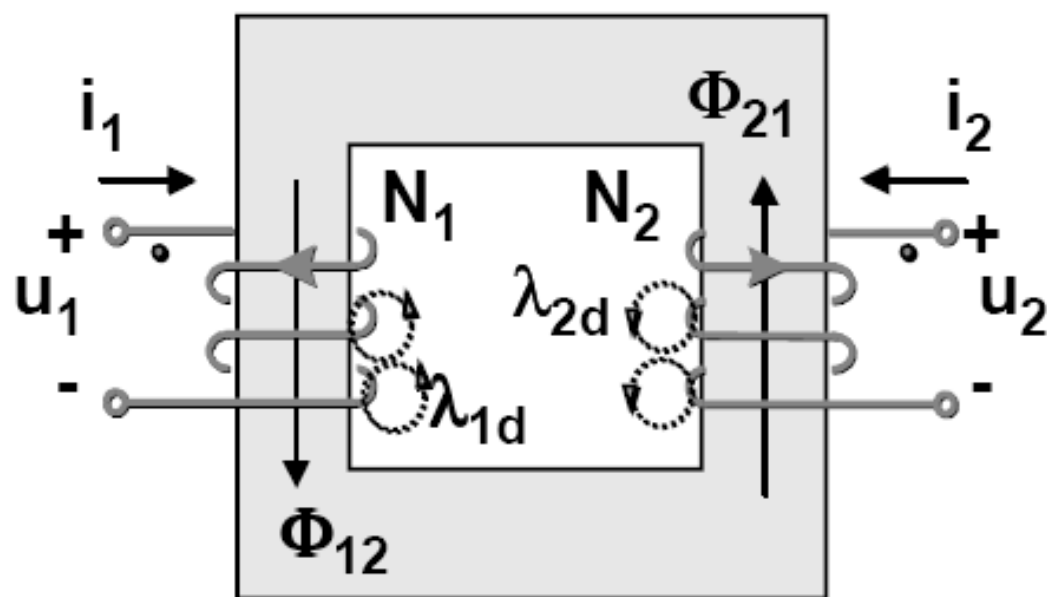
$$P \propto \omega \cdot S_{Fe} \cdot S_a \propto \omega \cdot Vol$$

Trasformatore reale ($\mu < \infty$)



**La riluttanza del nucleo non è trascurabile
I flussi concatenati con gli avvolgimenti sono
diversi**

Trasformatore reale ($\mu < \infty$)



Induttanze di dispersione:

$$\lambda_1 = \lambda_{12} + \lambda_{1d}$$

$$\lambda_2 = \lambda_{21} + \lambda_{2d}$$

$$\lambda_{12} = N_1 \cdot \Phi_{12}$$

$$\lambda_{21} = N_2 \cdot \Phi_{21}$$

$$\Phi_{12} = \Phi_{21} = \Phi$$

$$\lambda_{1d} = L_{1d} \cdot i_1$$

$$\lambda_{2d} = L_{2d} \cdot i_2$$

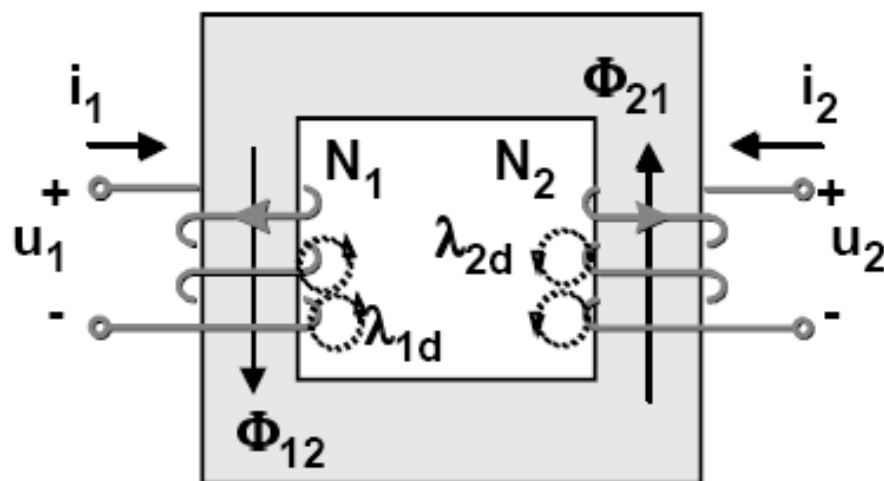
Trasformatore reale

$$u_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = \frac{d\lambda_{1d}}{dt} + \frac{d\lambda_{12}}{dt} = L_{1d} \cdot \frac{di_1}{dt} + N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

$$u_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = \frac{d\lambda_{2d}}{dt} + \frac{d\lambda_{21}}{dt} = L_{2d} \cdot \frac{di_2}{dt} + N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

Posto:

$$\begin{cases} e_1 = u_1 - L_{1d} \cdot \frac{di_1}{dt} \\ e_2 = u_2 - L_{2d} \cdot \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$



Trasformatore reale

$$u_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = \frac{d\lambda_{1d}}{dt} + \frac{d\lambda_{12}}{dt} = L_{1d} \cdot \frac{di_1}{dt} + N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

$$u_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} = \frac{d\lambda_{2d}}{dt} + \frac{d\lambda_{21}}{dt} = L_{2d} \cdot \frac{di_2}{dt} + N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

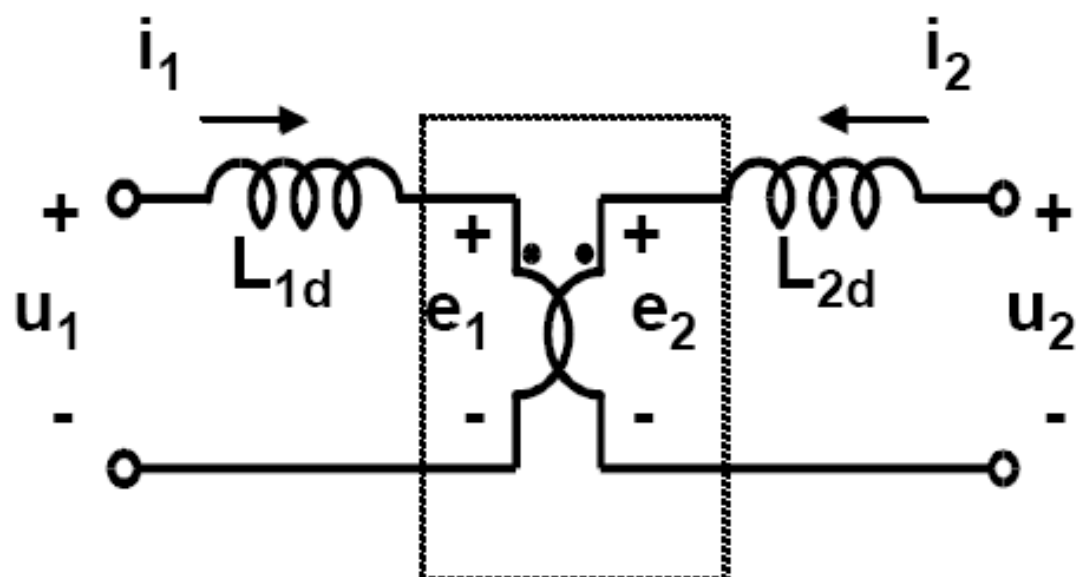
Posto:

$$\begin{cases} e_1 = u_1 - L_{1d} \cdot \frac{di_1}{dt} \\ e_2 = u_2 - L_{2d} \cdot \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

si ha:

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Circuito equivalente del trasformatore reale



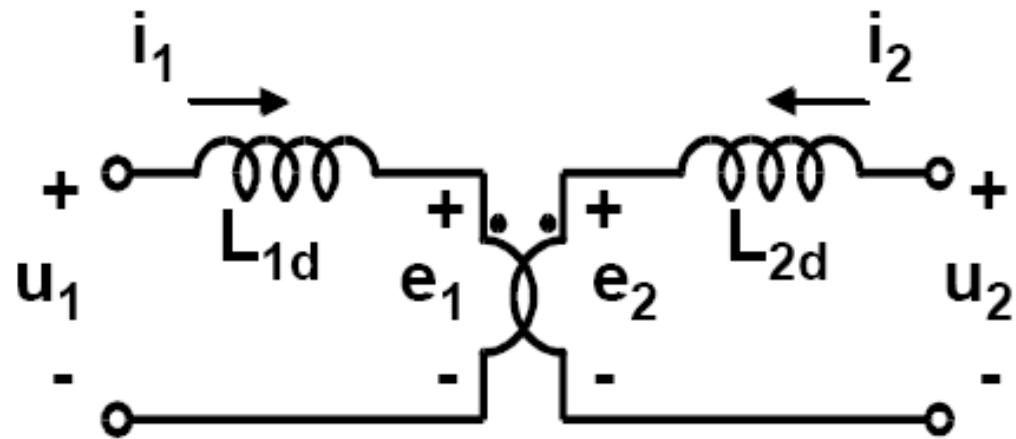
Trasformatore
ideale

$$u_1 = L_{1d} \cdot \frac{di_1}{dt} + e_1$$

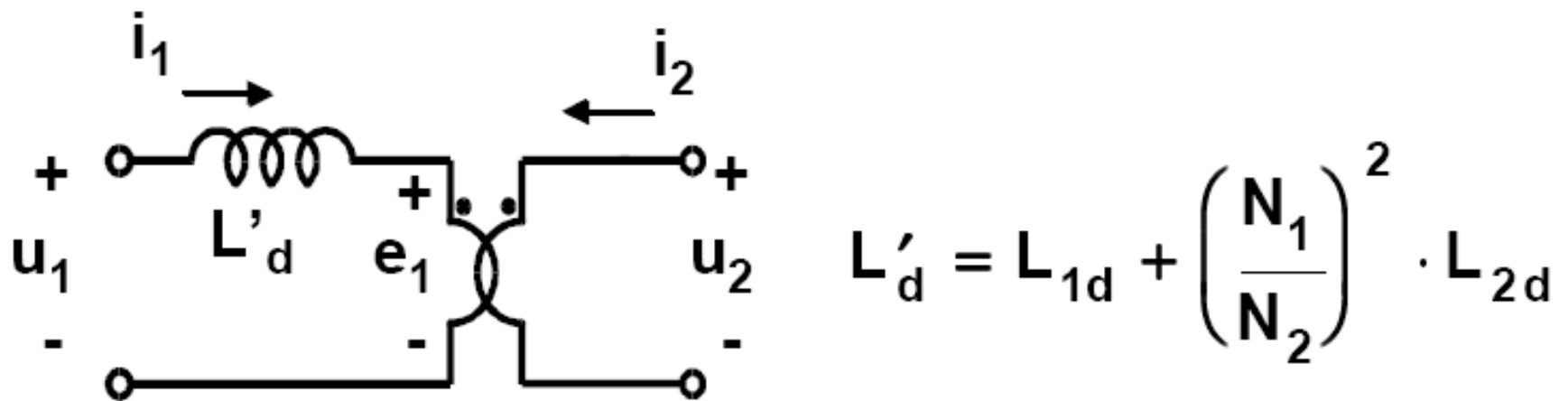
$$u_2 = L_{2d} \cdot \frac{di_2}{dt} + e_2$$

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{N_1}{N_2}$$
$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1}$$

Circuito equivalente del trasformatore reale



Circuito equivalente semplificato



Corrente magnetizzante

$$\Phi(t) = \int \frac{e_1}{N_1} dt$$

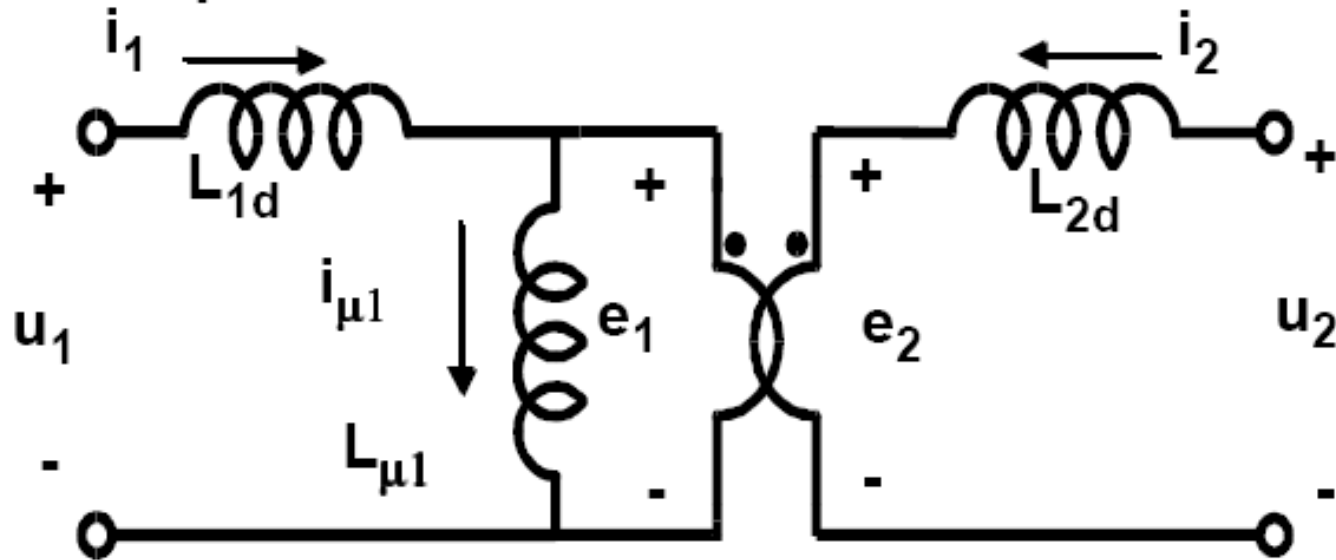
Al flusso è associata una forza magnetomotrice, che viene fornita dalla sorgente di alimentazione (circuito primario)

$$R \cdot \Phi = N_1 \cdot i_{\mu 1} \quad \Rightarrow \quad i_{\mu 1} = \frac{R \cdot \Phi}{N_1}$$

La corrente $i_{\mu 1}$ è la corrente magnetizzante del trasformatore

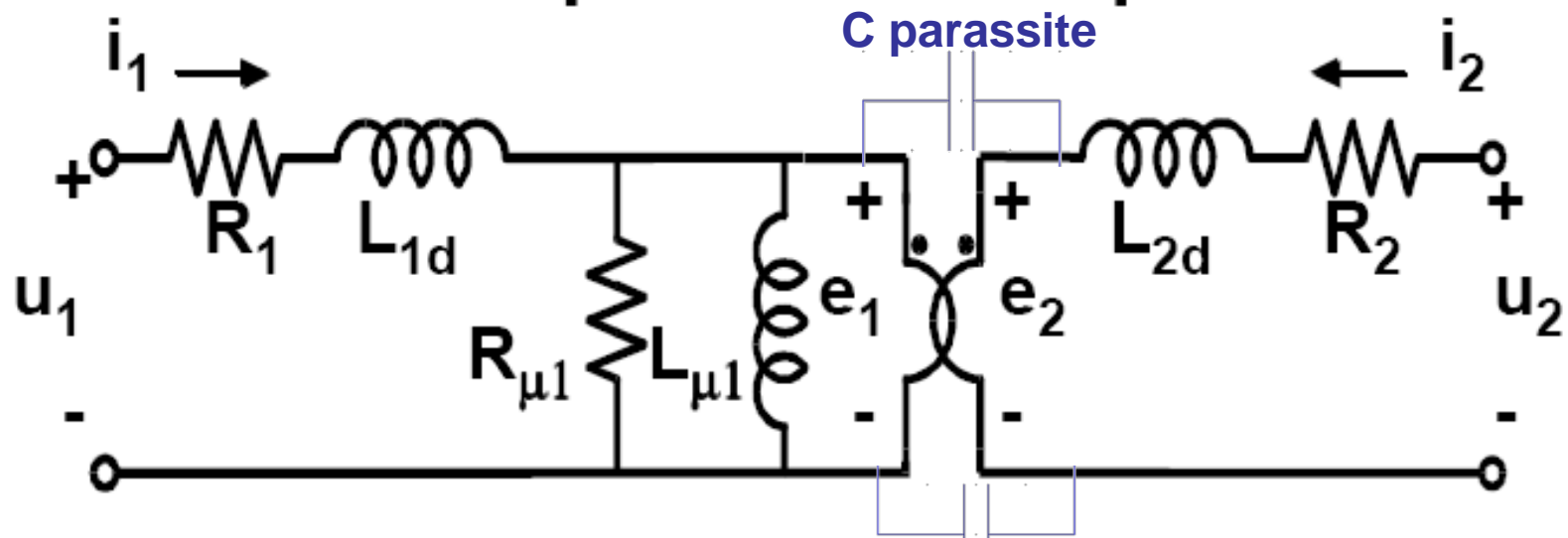
Corrente magnetizzante

La corrente magnetizzante $i_{\mu 1}$ viene associata ad una induttanza equivalente nonlineare (induttanza magnetizzante $L_{\mu 1}$) alimentata alla tensione e_1



$L_{\mu 1}$ può essere rappresentata anche a secondario

Schema equivalente complessivo

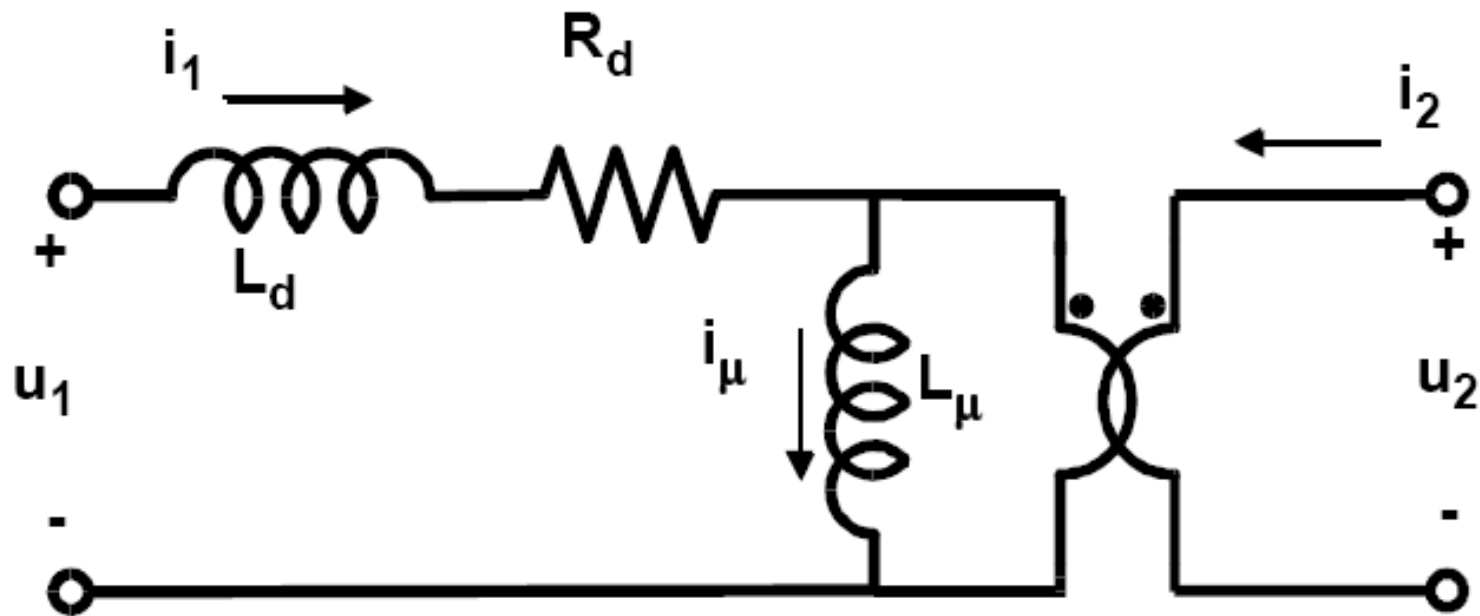


R_1 e R_2 sono le resistenze degli avvolgimenti

$R_{\mu 1}$ tiene conto delle perdite nel nucleo (isteresi e correnti parassite)

Nota: Il trasformatore reale non conserva la potenza. Vi sono elementi dissipativi (R_1 , R_2 , $R_{\mu 1}$) e di accumulo energetico (L_{1d} , L_{2d} , $L_{\mu 1}$), (C parassite)

Schema semplificato del trasformatore reale

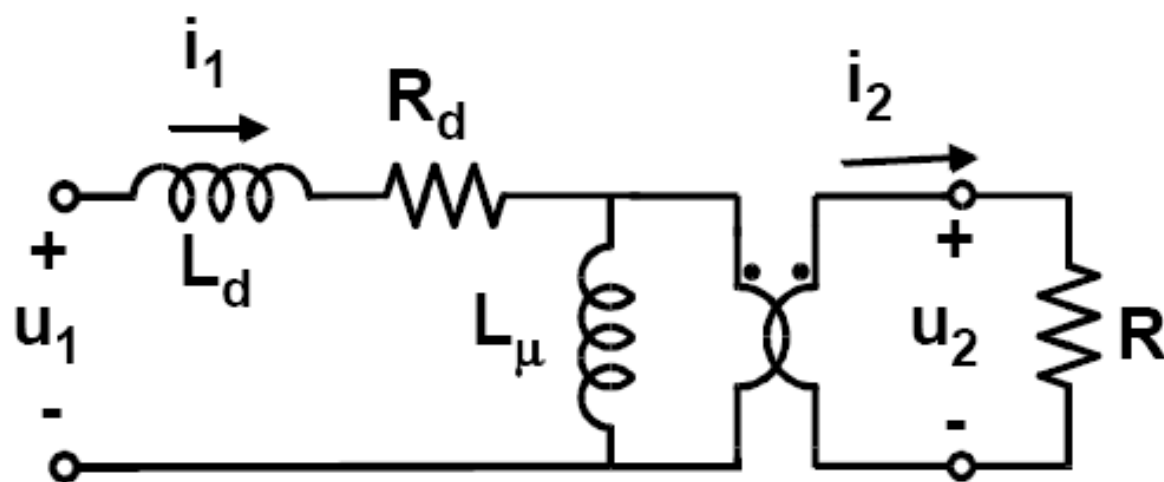


Ipotesi semplificative:

- piccole cadute di tensione ($u_1 \cong e_1, u_2 \cong e_2$)
- perdite nel nucleo trascurabili ($R_{\mu 1} = \infty$)
- $C_{par.} \approx 0$

$$L_d = L_{1d} + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 L_{2d} \quad R_d = R_1 + \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2$$

Risposta in frequenza del trasformatore

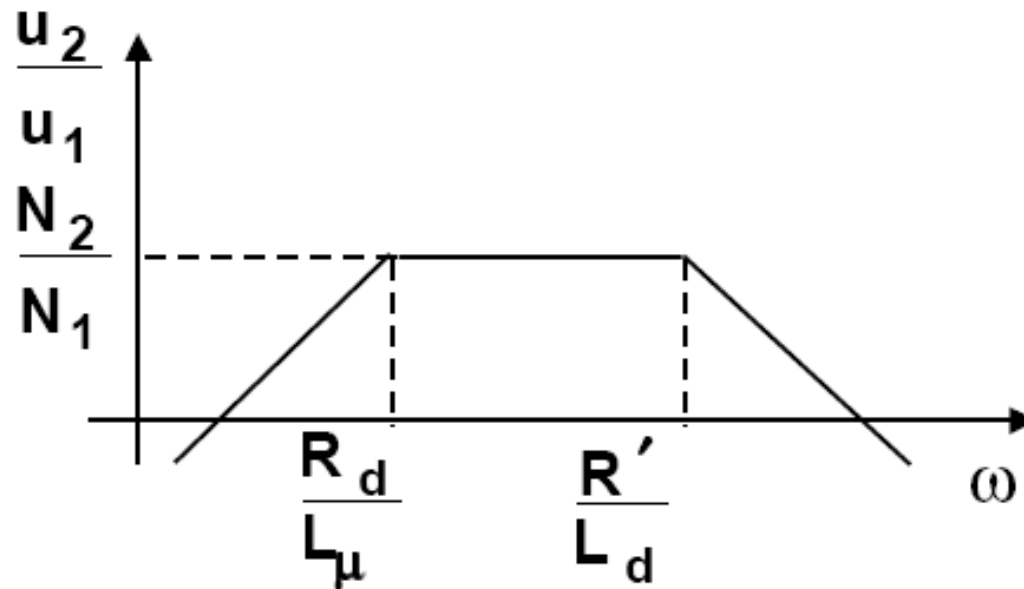


$$R' = R \cdot \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

Ipotesi: $L_\mu \gg L_d$ $R_d \ll R'$

Si trova:

$$\frac{u_2(s)}{u_1(s)} = \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{s \cdot \frac{L_\mu}{R_d}}{\left(1 + s \cdot \frac{L_\mu}{R_d} \right) \cdot \left(1 + s \cdot \frac{L_d}{R'} \right)}$$



- La banda passante del trasformatore é limitata inferiormente da $\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R_d}{L_\mu}$ (f_{\min}) e superiormente da $\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R'}{L_d}$ (f_{\max})
- f_{\min} é una caratteristica del trasformatore
- f_{\max} dipende dal carico (a vuoto $R = \text{inf}$)
- A bassa frequenza il trasformatore si comporta come un corto circuito ($R_{cc} = R_1$)

Conclusioni

- I trasformatori dimensionati per operare in alta frequenza hanno ingombri contenuti
- Essi vanno realizzati con materiali magnetici opportuni (ferriti)
- Nel funzionamento ad alta frequenza le induttanze parassite (dispersione e magnetizzazione) causano effetti non trascurabili
- I trasformatori hanno limiti di banda passante, sia a frequenza bassa che elevata
- Considerare l'ingombro, peso, costo.

Riferimenti bibliografici per modellare un trasformatore in programmi CAD

Per modellare un trasformatore in programmi di progettazione CAD riferirsi a :

http://cds.linear.com/docs/en/lt-journal/LTMag-V16N3-23-LTspice_Transformers-MikeEngelhardt.pdf