



**Elettronica Applicata**  
**a.a. 2017/2018**



**UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
FIRENZE**

**DIPARTIMENTO DI  
INGEGNERIA  
DELL'INFORMAZIONE**

# **OSCILLATORI SINUSOIDALI**

[www.uscndlab.dinfo.unifi.it](http://www.uscndlab.dinfo.unifi.it)



# Elettronica Applicata a.a. 2017/2018



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
FIRENZE

DIPARTIMENTO DI  
INGEGNERIA  
DELL'INFORMAZIONE

## SOMMARIO

- ✓ Cosa è un oscillatore sinusoidale
- ✓ Condizioni per la generazione dell'oscillazione: criterio di Barkhausen
- ✓ Fasi di funzionamento di un oscillatore:
  - ✓ Transitorio
  - ✓ Stabilizzazione ampiezza
  - ✓ Regime
- ✓ Parametri di qualità: coefficienti  $S_F$ , THD, Q
- ✓ TIPI di OSCILLATORI sinusoidali:
  - ✓ BASSA FREQUENZA
    - ✓ A sfasamento
    - ✓ A ponte di Wien
    - ✓ In quadratura
  - ✓ ALTA FREQUENZA
    - ✓ A Tre Punti
    - ✓ Con quarzo

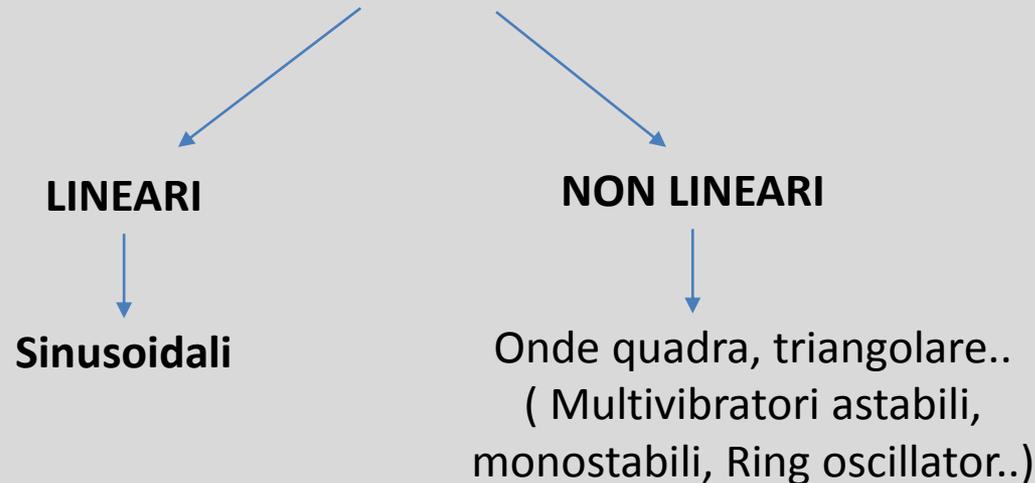
[www.uscndlab.dinfo.unifi.it](http://www.uscndlab.dinfo.unifi.it)



## OSCILLATORE:

Circuito che genera in uscita un segnale periodico in assenza di segnale di ingresso, tale da autosostenersi

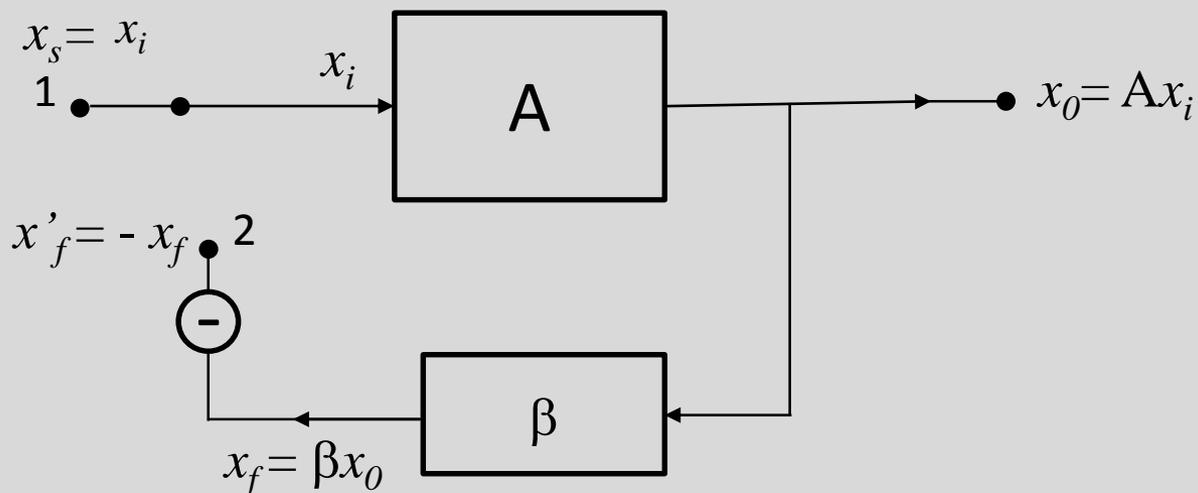
### TIPOLOGIE



[www.uscndlab.dinfo.unifi.it](http://www.uscndlab.dinfo.unifi.it)

## CONDIZIONI DI OSCILLAZIONE

Si consideri la seguente catena :



$$x_f = \beta x_0 = A\beta x_i$$

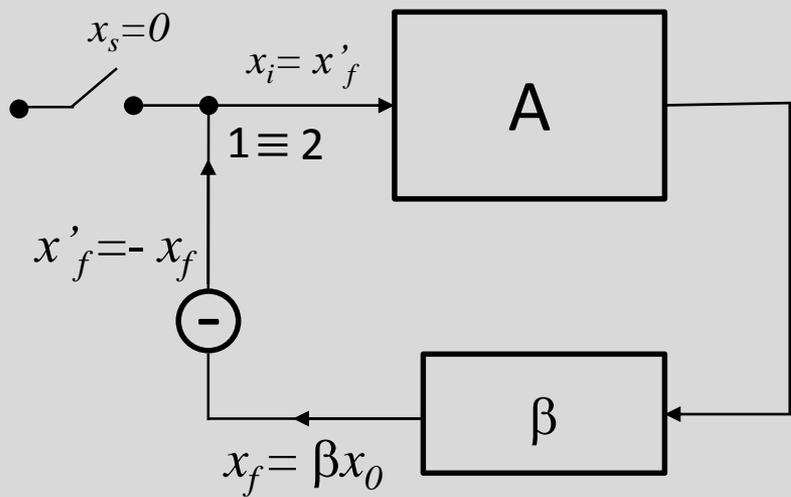
$$x'_f = -x_f = -A\beta x_i$$

Sia il G guadagno di Anello  
così definito:

$$\frac{x'_f}{x_i} = \frac{-x_f}{x_i} = -A\beta$$

Connettiamo il nodo **1** al nodo **2**. La rete continuerà a comportarsi nello stesso modo, fornendo la stessa uscita  $x_0$

## CONDIZIONI DI OSCILLAZIONE



$$x_i = x'_f = -x_f = -\beta x_o$$

$$x_o = Ax_i = -A\beta x_o$$

Si ha dunque che:  $-A\beta = 1$   
*Guadagno ad anello unitario*

*Condizioni di Barkhausen*

$$-A\beta = 1 \implies \begin{cases} |\beta A| = 1 \\ \angle \beta A = -180^\circ, \quad \angle -\beta A = 2k\pi \end{cases}$$

Nel caso di reti lineari, consegue che  $x_o \equiv x_i$  in fase, frequenza e ampiezza



## CONDIZIONI DI OSCILLAZIONE

Le condizioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} |\beta A| = 1 \\ \angle \beta A = -180^\circ, \quad \angle -\beta A = 2k\pi \end{array} \right. \text{ sono consistenti con:}$$

Essendo  $A_f$ , guadagno retro azionato:  $A_f = \frac{A}{(1 + \beta A)}$

se  $-A\beta = 1 \implies A_f \rightarrow \infty \implies \exists x_0$  anche in assenza di  $x_s$

Per la realizzazione di un oscillatore si devono verificare teoricamente tali condizioni.  
Ma nella pratica, di quali considerazione è necessario tener conto?



## FASI di FUNZIONAMENTO

- Fase di transitorio iniziale :
  - Condizione di innesco dell'oscillazione  $\left\{ \begin{array}{l} |\beta A| > 1; 5\% - 6\% \text{ in più (reazione positiva)} \\ \text{rumore termico} \Rightarrow \exists f_0 \text{ di oscillazione} \end{array} \right.$
  - Aumento in ampiezza dell'oscillazione : *il valore infinitesimo di rumore si amplifica all'interno dell'anello.*
- Stabilizzazione dell'ampiezza, si agisce su  $A \downarrow \Leftrightarrow |\beta A| = 1$  attraverso
  - Non linearità dei dispositivi attivi
  - Termistori
  - JFET come resistori controllabili
- Fase di REGIME: in questa fase si ha  $-A\beta = 1$ 

Per soddisfare le condizioni di Barkhausen per un unico valore  $f_0$  è necessaria la presenza di componenti selettivi come capacità (C) o induttanze (L), nell'anello di reazione

[www.uscndlab.dinfo.unifi.it](http://www.uscndlab.dinfo.unifi.it)



**Elettronica Applicata**  
**a.a. 2017/2018**



**UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
FIRENZE**

DIPARTIMENTO DI  
INGEGNERIA  
DELL'INFORMAZIONE

## **PARAMETRI di QUALITA'**

La qualità di un oscillatore si definisce in base a:

1. Stabilità in frequenza
2. Stabilità in ampiezza
3. Assenza o ridotta distorsione del segnale generato

Si definiscono dei parametri che tengono conto e 'quantificano' queste caratteristiche dell'oscillatore.

[www.uscndlab.dinfo.unifi.it](http://www.uscndlab.dinfo.unifi.it)



## PARAMETRI di QUALITA'

### STABILITA' in FREQUENZA

La frequenza d'innescio  $f_0$  di un oscillatore coincide con la frequenza per la quale lo sfasamento  $\phi$  lungo l'anello di reazione risulta nullo ( $2k\pi$ ).



*la stabilità della frequenza*

*dipende*

*stabilità della curva di fase di  $\beta A$*

*che cambia per*

- Invecchiamento
- Temperatura, umidità
- Instabilità tensione alimentazione
- Capacità parassite...

[www.uscndlab.dinfo.unifi.it](http://www.uscndlab.dinfo.unifi.it)

## PARAMETRI di QUALITA'

### STABILITA' in FREQUENZA PARAMETRO $S_F$

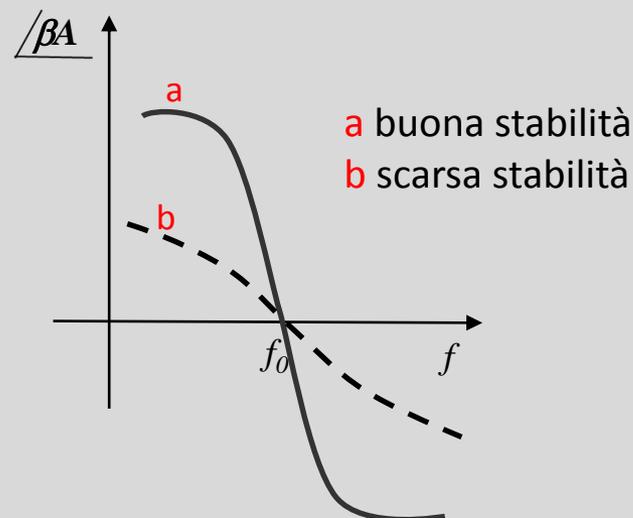
$$S_F = \left. \frac{d\varphi}{df/f_0} \right|_{f=f_0} \cong \frac{\Delta\varphi}{\Delta f/f_0}$$



Stabilità **elevata**  
per **alti** valori di  $S_F$

Nella pratica,  $S_F$  si considera  
come la variazione relativa (%),  
rispetto al valore nominale :

$$S_F = 100 \frac{\Delta f}{f_0}$$



*Quando la rete di reazione  $\beta$  è molto selettiva, riesce a compensare la variazione di fase con una variazione minima in frequenza, in quanto la variazione di fase ha luogo in maniera rapida attorno alla frequenza di funzionamento  $f_0$ , come mostrato nella curva **a**.*



# Elettronica Applicata a.a. 2017/2018



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
FIRENZE

DIPARTIMENTO DI  
INGEGNERIA  
DELL'INFORMAZIONE

## STABILITA' in AMPIEZZA

**OSCILLATORI AUTOLIMITANTI:** Le limitazioni dell'ampiezza dell'oscillazione si ha naturalmente quando si vanno ad interessare le regioni di funzionamento non lineare dei dispositivi attivi presenti (regione di saturazione i un BJT o di un FET).

**OSCILLATORI CON CIRCUITI LIMITATORI DI AMPIEZZA :** In alcuni casi per garantire  $|\beta A| = 1$  è necessario ricorrere a reti che controllino in modo automatico l'ampiezza dell'oscillazione per stabilizzarla.



## PARAMETRI di QUALITA'

### DISTORSIONE dell'OSCILLAZIONE TOTAL HARMONIC DISTORSION **THD**

Per il Teorema di Fourier un segnale periodico  $V(t)$  può essere scomposto:

$$V(t) = V_0 + V_1 \sin(2\pi f_0 t + \varphi_1) + V_2 \sin(4\pi f_0 t + \varphi_1) + V_3 \sin(6\pi f_0 t + \varphi_1) + \dots$$

$V(t)$  contiene oltre la componente alla frequenza fondamentale  $f_0$  componenti a frequenze  $2f_0, 3f_0, \dots$

$$THD \triangleq 100 \sqrt{R_2^2 + R_3^2 + R_4^2 + \dots}$$

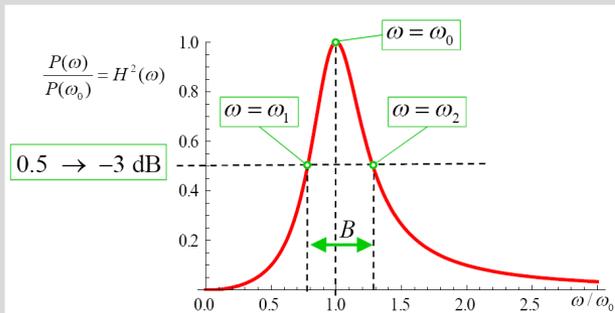
Qualità della purezza  
armonica del segnale **elevata**  
per valori di **THD**  $\rightarrow 0$

Dove  $R_k = \frac{V_k(f)}{V_1(f)}$  con  $\begin{cases} V_k(f) \text{ ampiezza per } f = f_k \\ V_1(f) \text{ ampiezza per } f = f_0 \end{cases}$

## PARAMETRI di QUALITA'

### FATTORE DI MERITO **Q**

Questo parametro tiene conto di quanto sia sotto-smorzato l'oscillatore



$$Q \triangleq 2\pi \frac{\text{energia immagazzinata}}{\text{energia dissipata per ciclo}}$$

in L e C

in R

deriva

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{\omega_0}{B}$$

Pulsazione di oscillazione

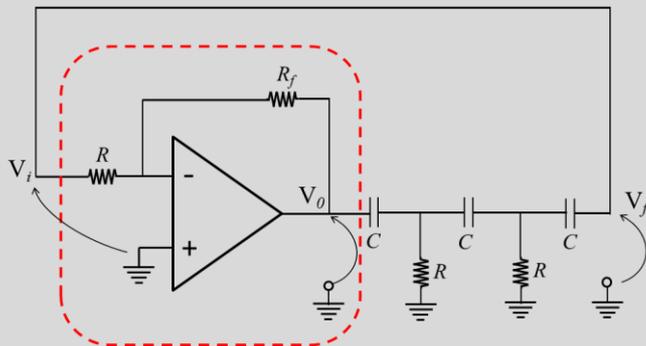
Banda a -3dB intorno a  $\omega_0$

Stabilità in frequenza e in ampiezza **elevate** per valori **elevati** di **Q**

## OSCILLATORI per BASSA FREQUENZA

Range:  $\sim 10^{-1}$  Hz -  $10^2$  kHz

### OSCILLATORI A SFASAMENTO (Phase Shift Oscillator)



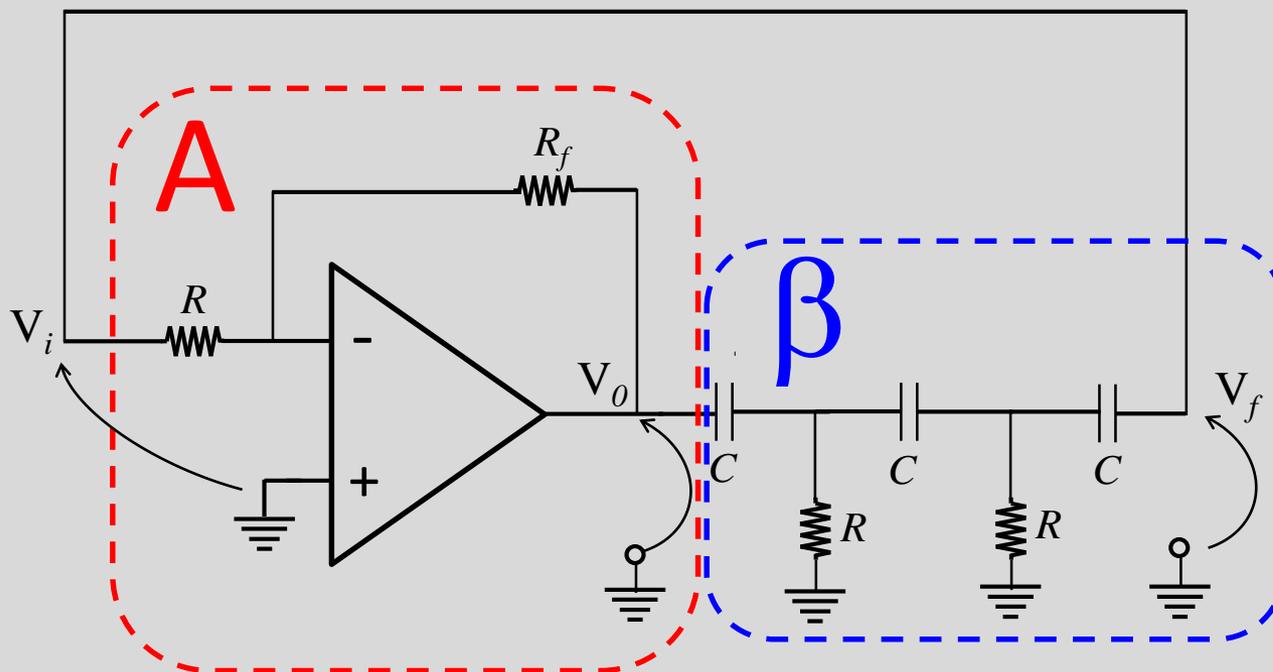
Facile realizzabilità

Ingombro ridotto per assenza di L

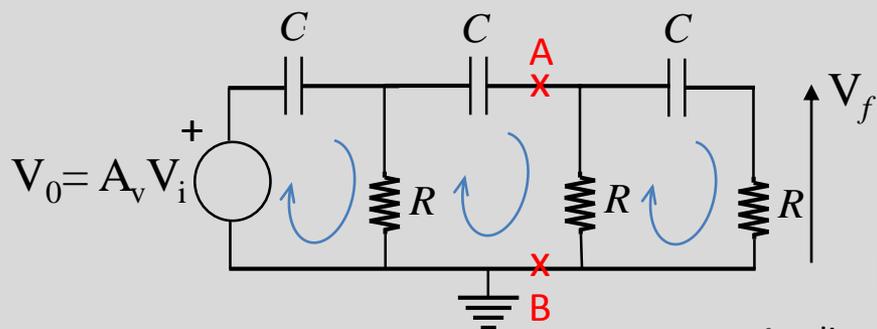
Sensibilità alla Temperatura e umidità  
(per C)

Amplificatore invertente: AO-BJT-FET  
+  
Rete  $\beta$  reattiva: 3 celle RC

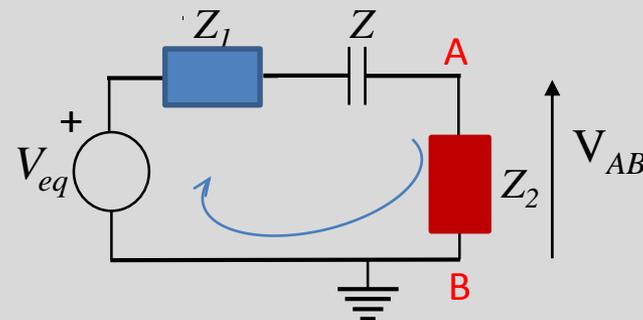
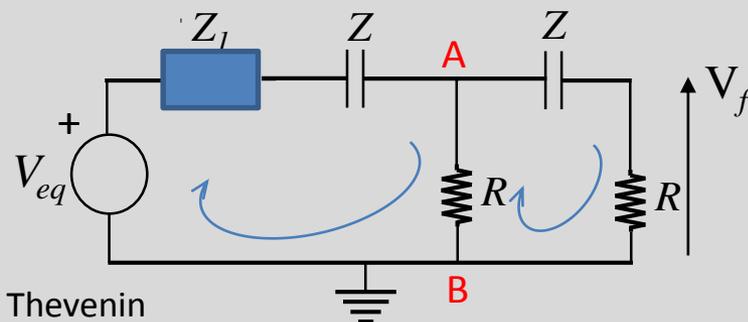
## OSCILLATORI A SFASAMENTO (*Phase Shift Oscillator*) con Amplificatore operazionale



OSCILLATORI A SFASAMENTO  
con Amplificatore operazionale



Applico il Teorema di Thevenin



Con:

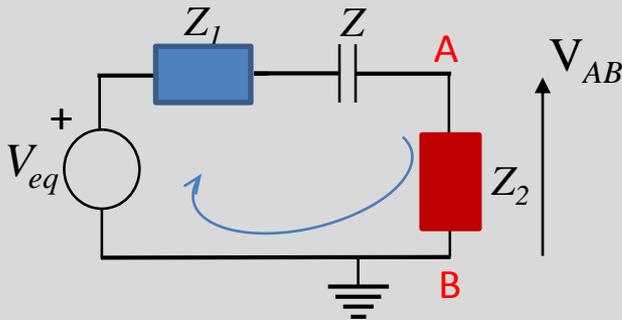
$$V_{eq} = \frac{R}{R+Z} A_v V_i \quad V_f = \frac{R}{R+Z} V_{AB} \quad Z = \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_1 = Z // R = \frac{RZ}{R+Z} = \frac{\frac{R}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

$$Z_2 = R // (R+Z) = \frac{R(R+Z)}{2R+Z} = \frac{\frac{R}{j\omega C} + R^2}{2R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R + j\omega R^2 C}{1 + 2j\omega RC}$$



OSCILLATORI A SFASAMENTO  
con Amplificatore operazionale



$$V_{AB} = \frac{Z_2}{Z_2 + Z_1 + Z} V_{eq} \xrightarrow{\text{sostituendo}} V_f = \frac{RZ_2}{(R + Z)(Z_2 + Z_1 + Z)} \frac{R}{R + Z} A_v V_i$$

$$V_f = \frac{R \frac{R(Z + R)}{2R + Z}}{(R + Z) \left( \frac{R(Z + R)}{2R + Z} + \frac{RZ}{R + Z} + Z \right)} \frac{R}{R + Z} A_v V_i$$

Individuando il guadagno d'anello, si ha:

$$A\beta = \frac{V_f}{V_i} = \frac{R^3}{(R^3 + 6ZR^2 + 5Z^2R + Z^3)} A_v = \frac{1}{1 + 6\frac{Z}{R} + 5\left(\frac{Z}{R}\right)^2 + \left(\frac{Z}{R}\right)^3} A_v$$



**OSCILLATORI A SFASAMENTO**  
*con Amplificatore operazionale*

Per generare l'oscillazione devono essere soddisfatte le due condizioni di Barkhausen

$$A\beta = \frac{V_f}{V_i} = \frac{1}{1 + 6\frac{Z}{R} + 5\left(\frac{Z}{R}\right)^2 + \left(\frac{Z}{R}\right)^3} A_v$$

**FASE** :  $\angle A_v \beta = 0, 2k\pi$

→  $A\beta$  reale

Parte immaginaria nulla

$$6\frac{Z}{R} + \left(\frac{Z}{R}\right)^3 = 0 \rightarrow \left(\frac{Z}{R}\right)^2 = -6$$

$$Z = \frac{1}{j\omega C}$$

Frequenza di oscillazione

$$\omega_0 = \frac{1}{RC\sqrt{6}} \rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi RC\sqrt{6}}$$

**AMPIEZZA** :  $|\beta A_v(f_0)| = 1$

$$\beta A(f_0) = \frac{1}{1 + 5(-6)} A = -\frac{1}{29} A = 1$$

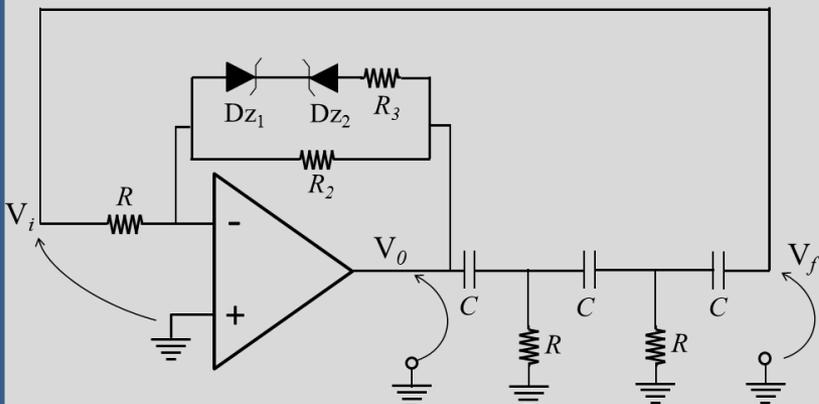
→  $A_v = -29$

Amplificatore  
**invertente** con  $|A_v| = 29$

$$A_v = \frac{R_f}{R} = 29$$

## OSCILLATORI A SFASAMENTO con Amplificatore operazionale

INNESCO e STABILIZZAZIONE dell' AMPIEZZA



I diodi consentono di variare il guadagno  $A_v$  in modo da:

✓ Favorire l'innesco dell'oscillazione

$$|\beta A_v| > 1 \xrightarrow{\text{quindi}} |A_v| > 29$$

$$Dz_1 \text{ e } Dz_2 \text{ OFF} \xrightarrow{\text{quindi}} A_v = -\frac{R_2}{R}$$

✓ Stabilizzare l'ampiezza dell'oscillazione

$$|\beta A_v| < 1$$

$$V_o > 0 \mid Dz_1 \text{ ON e } Dz_2 \text{ in zona ZENER} \xrightarrow{\text{quindi}} A_v = -\frac{R_3 // R_2}{R}$$

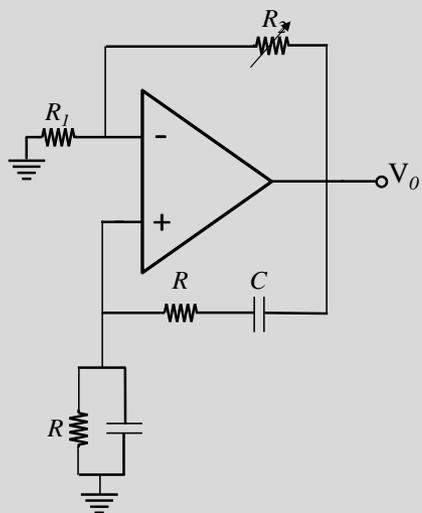
le resistenze saranno dimensionate in modo che:  $|A_v| < 29$

### Altre soluzioni

- DIODI ANTIPARALLELO
- TERMISTORI
- NON LINEARITA' dell'Amplificatore

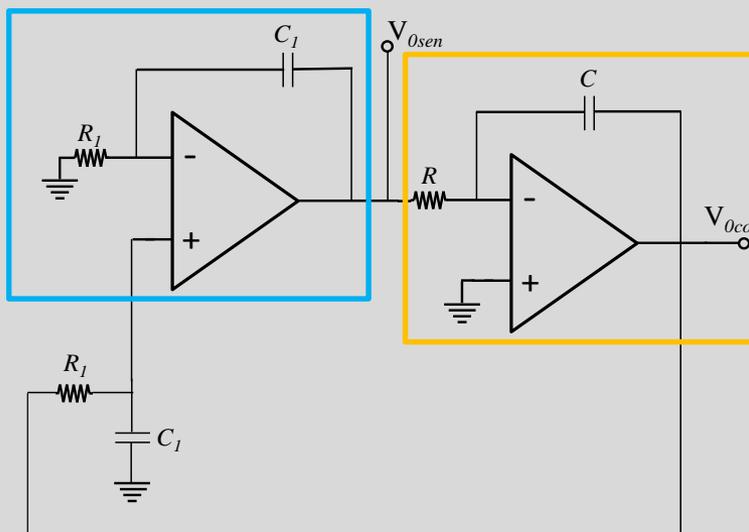
Altri OSCILLATORI A Basse Frequenze  
con Amplificatore operazionale

Oscillatore a Ponte di Wien



$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

Oscillatore in quadratura



$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{RCR_1C_1}}$$

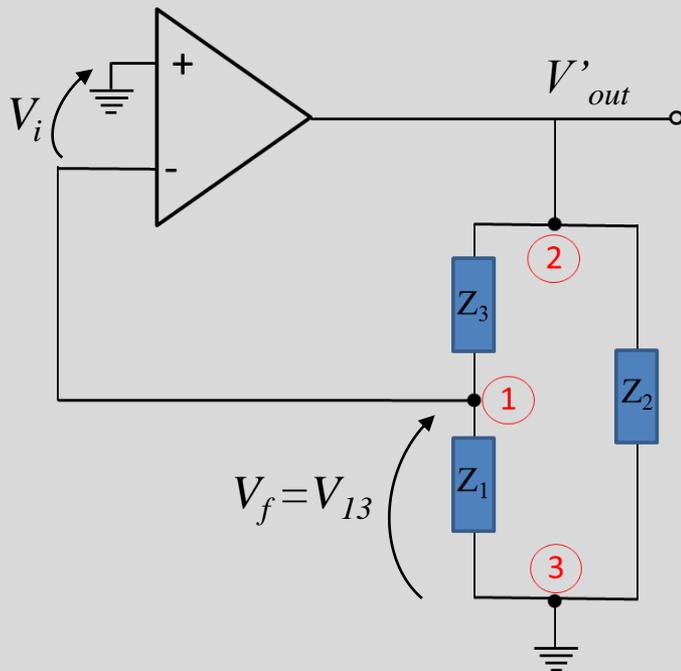
- un integratore invertente che introduce uno sfasamento di  $+90^\circ$
- un integratore non invertente che introduce uno sfasamento di  $-90^\circ$

➔  $\angle A\beta = 0, 2k\pi$

## OSCILLATORI per ALTA FREQUENZA

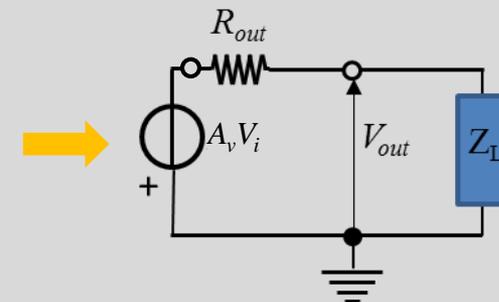
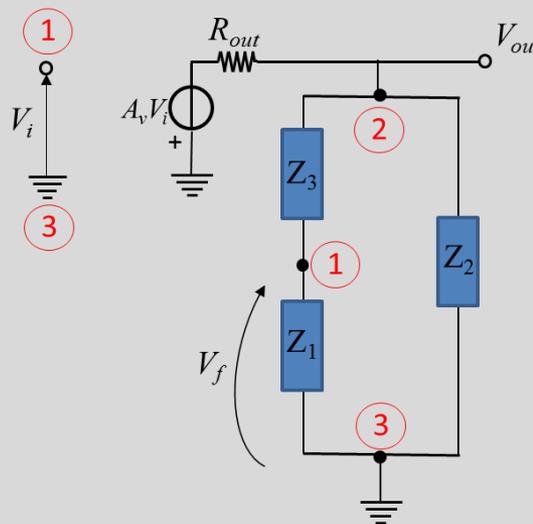
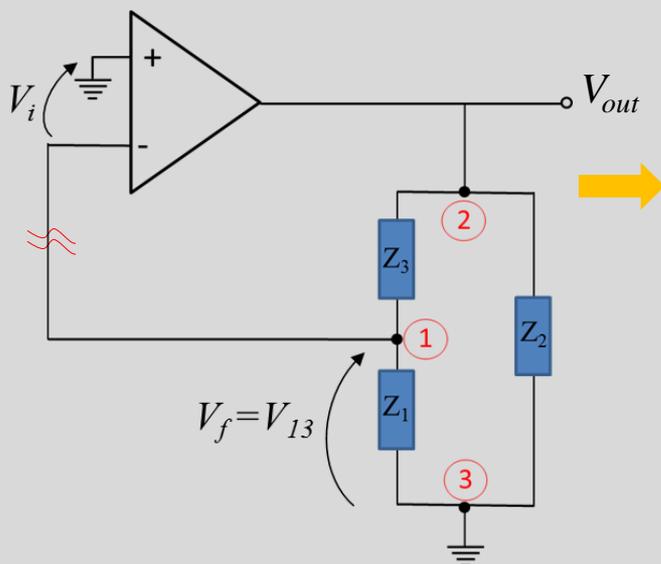
Range:  $\sim 10$  kHz -  $10^2$  MHz

### OSCILLATORI A 3 PUNTI



- ❖ Stadio di amplificazione: FET, BJT
- ❖ 3 PUNTI:
  1. Ingresso amplificatore
  2. Uscita amplificatore
  3. Massa
- ❖ Buona purezza spettrale
- ❖ Stabilità in temperatura
- ❖ Stabilità in frequenza

## OSCILLATORI A 3 PUNTI



$$\beta A = \frac{V_f}{V_i} = \frac{V_f}{V_{out}} \frac{V_{out}}{V_i}$$

$$\beta = \frac{V_f}{V_{out}} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3}$$

$$A = \frac{V_{out}}{V_i} = -A_v \frac{Z_L}{Z_L + R_{out}}$$

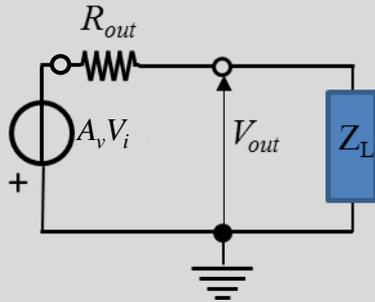
$$\beta A = -A_v \frac{Z_L}{Z_L + R_{out}} \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} = \frac{-A_v Z_1 Z_2}{R_{out}(Z_1 + Z_2 + Z_3) + Z_2(Z_1 + Z_3)}$$

$R_{out}$ : resistenza di uscita amplificatore

$A_v$ : guadagno dell'amplificatore a catena aperta

$$Z_L = Z_2 // (Z_1 + Z_3) = \frac{(Z_1 + Z_3)Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

## OSCILLATORI A 3 PUNTI



$$\beta A = -A_v V_i \frac{Z_L}{Z_L + R_{out}} \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} = \frac{-A_v Z_1 Z_2}{R_{out}(Z_1 + Z_2 + Z_3) + Z_2(Z_1 + Z_3)}$$

$$Z_1 = jX_1 \quad Z_2 = jX_2 \quad Z_3 = jX_3 \quad \text{Puramente reattive}$$

$$\beta A = \frac{A_v X_1 X_2}{jR_{out}(X_1 + X_2 + X_3) - X_2(X_1 + X_3)}$$

Condizioni di Barkhausen

**FASE** :  $\angle A\beta = 0, 2k\pi$

$$X_1 + X_2 + X_3 = 0$$

Elementi reattivi |  $X_1$  e  $X_2$  stesso tipo,  $X_3$  diversa

Condizioni di Barkhausen

**AMPIEZZA**:  $|\beta A(f_0)| = 1$

$$\beta A = \frac{A_v X_1}{-(X_1 + X_3)} = \frac{A_v X_1}{X_2} = 1$$

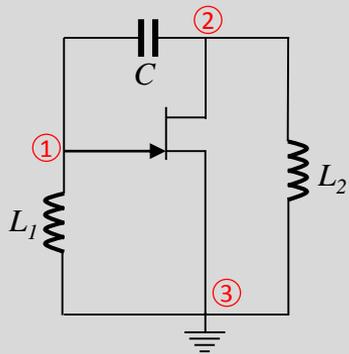
$$A_v = \frac{X_2}{X_1}$$

DUE TIPI di CONFIGURAZIONE della rete reattiva:

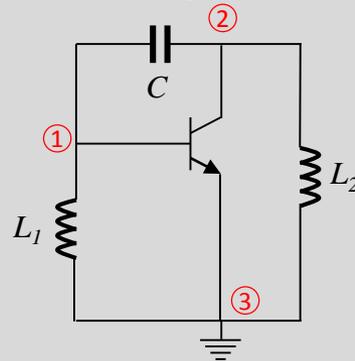
- $X_1$  e  $X_2$  Capacità e  $X_3$  induttanza :  
Colpitts
- $X_1$  e  $X_2$  induttanze e  $X_3$  capacità:  
Hartley

Configurazioni base

JFET



BJT



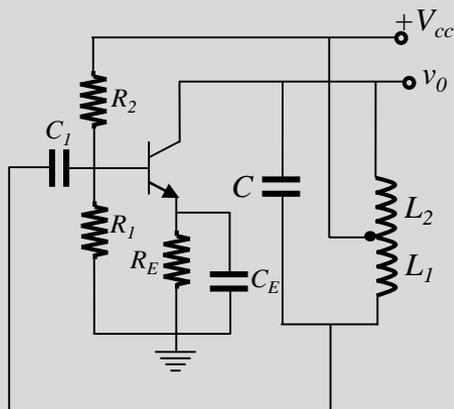
$$\omega L_1 + \omega L_2 - \frac{1}{\omega C} = 0$$

$$\omega \equiv \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}}$$

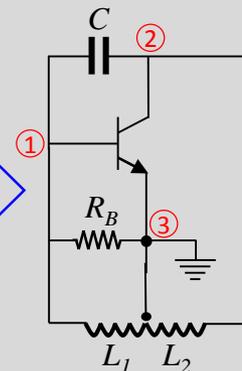
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)C}}$$

$$A_v = \frac{\omega_0 L_2}{\omega_0 L_1} = \frac{L_2}{L_1}$$

Esempio con BJT



Circuito dinamico

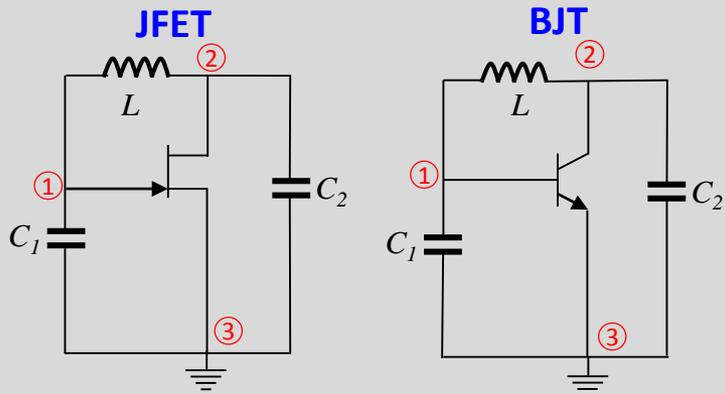


$$R_B = R_1 // R_2$$

$C_1$ : capacità di blocco della continua

$R_1, R_2$ : rete di polarizzazione

Configurazioni base



$$-\frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2} + \omega L = 0$$

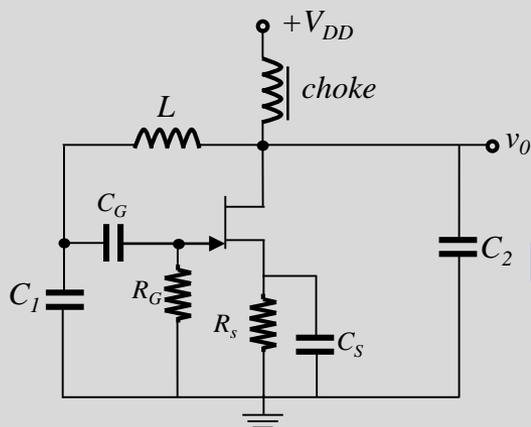
con  $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

$$\omega \equiv \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

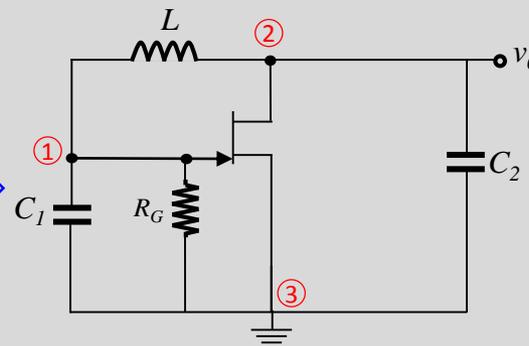
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$A_v = \frac{-1/\omega_0 C_2}{-1/\omega_0 C_1} = \frac{C_1}{C_2}$$

Esempio con JFET



Circuito dinamico

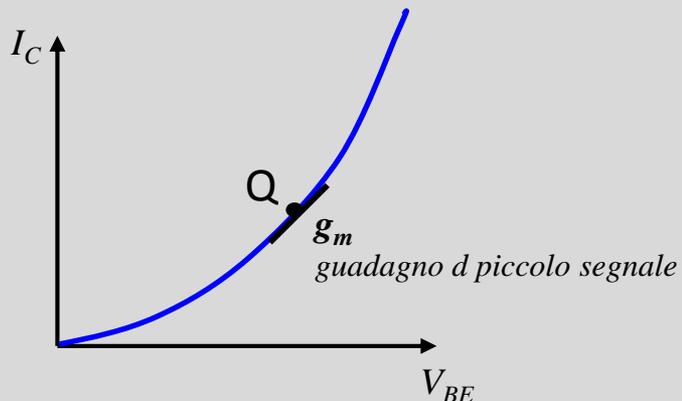


Choke :bobina ad alta  
impedenza; c.a. @  $f=f_0$   
 $C_G$  capacità di blocco  
della continua; c.c @  $f=f_0$   
 $C_S$  c.c @  $f=f_0$



La Stabilità in ampiezza è garantita dalla caratteristica non lineare  $I_C-V_{BE}$  e  $I_D-V_{GS}$ . Infatti quando l'ampiezza dell'oscillazione tende ad aumentare, il guadagno del transistor scende al di sotto di quello di piccolo segnale

### Trascaratteristica BJT



- La rete LC svolge la funzione di filtro accordato alla frequenza di oscillazione  $f_0$  :
  - *Filtra eliminando la distorsione di non linearità dovuta alla transcaratteristica dei transistor che controllano l'ampiezza dell'oscillazione.*

### Quando si progetta..

- Tenere conto della banda passante del dispositivo attivo :  $f_T \gg f_0$
- Tenere conto dei parametri parassiti dei componenti passivi
- Accoppiamenti parassiti

## OSCILLATORI A 3 PUNTI

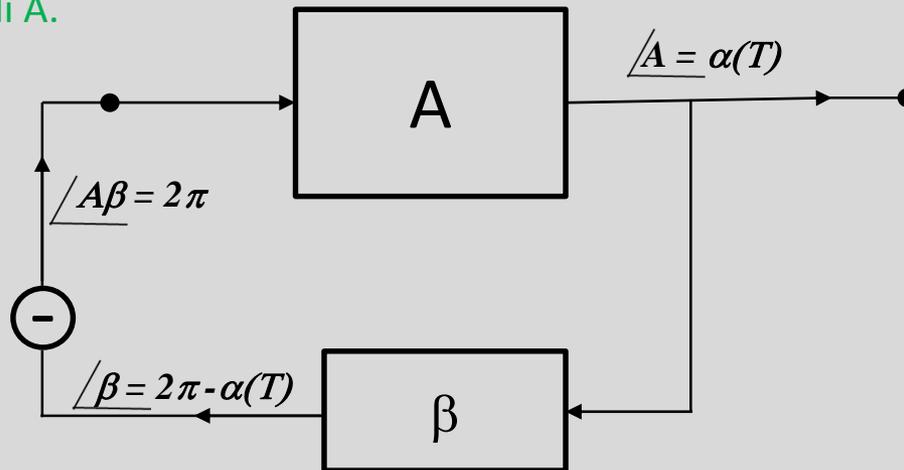
### Stabilità in frequenza: considerazioni

Come già detto, negli oscillatori impieganti semiconduttori, all'instabilità della frequenza di oscillazione contribuiscono le **variazioni**:

- dei **parametri** caratteristici dei dispositivi attivi
- delle **capacità parassite** dei transistor, causate dalla variazione di temperatura,
- della **tensione di alimentazione**,
- dei **componenti passivi** (resistori, condensatori, induttanze).

Anche l' invecchiamento dei componenti, contribuisce inoltre all'instabilità di frequenza.

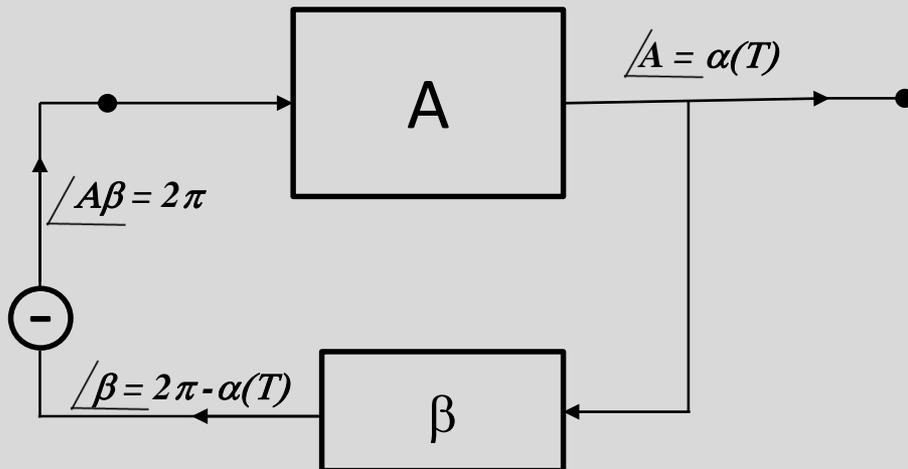
Le variazioni della frequenza di oscillazione dipendono sia dalla rete di retroazione, sia dai dispositivi attivi di A.



L'oscillatore oscillerà alla frequenza  $f_0$  per cui l'argomento di  $\beta(f_0)$  compensa lo sfasamento introdotto dal blocco attivo A. Poiché  $\alpha(T)$  dipende dalla temperatura, anche la compensazione dipenderà da essa e quindi varierà.



Instabilità della  $f_0$



SOLUZIONE: rete di retroazione  $\beta$   
molto selettiva, con elevato  $S_F e Q$



**Quarzo ( $SiO_2$ )**

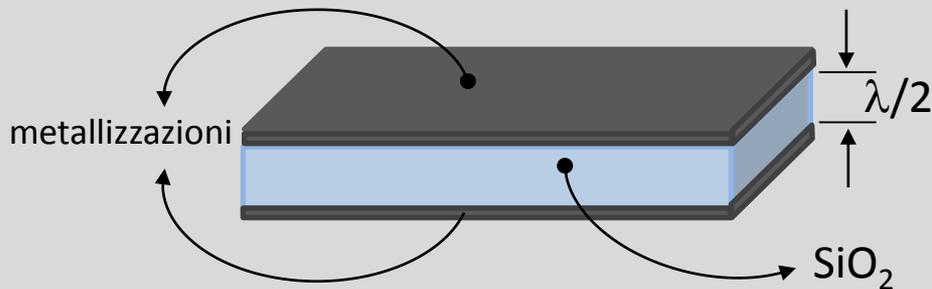
**Caratteristiche risonanti molto  
stabile in temperatura e nel tempo**

Il Quarzo è un cristallo **piezoelettrico**, cioè in grado di deformarsi meccanicamente quando è sottoposto ad una tensione elettrica costante e, viceversa, di generare una differenza di potenziale quando è sottoposto ad uno sforzo meccanico.

Eliminando la tensione applicata, la deformazione scompare passando attraverso una serie di stati intermedi secondo un *regime oscillatorio smorzato*, la cui frequenza è legata alle caratteristiche geometriche (taglio, spessore..) e meccaniche del cristallo e ne rappresenta la **frequenza naturale di vibrazione**

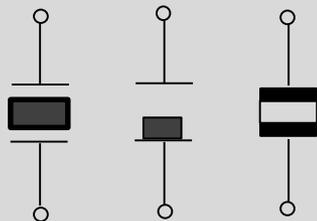
## OSCILLATORE A QUARZO

Nelle applicazioni elettroniche, tuttavia, non si possono usare i cristalli di quarzo così come risultano cristallizzati in natura, infatti, quelli dei quali facciamo normale utilizzo sono stati tagliati in pezzi o lamine di diversa forma e dimensione, per conferire loro determinate proprietà. La lamina di quarzo può essere di forma circolare o rettangolare e presenta sulle due facce rivestimenti metallici uniti elettricamente ai terminali di collegamento mediante due elettrodi.



$\lambda$ : lunghezza d'onda a cui  
risuona la piastrina di quarzo

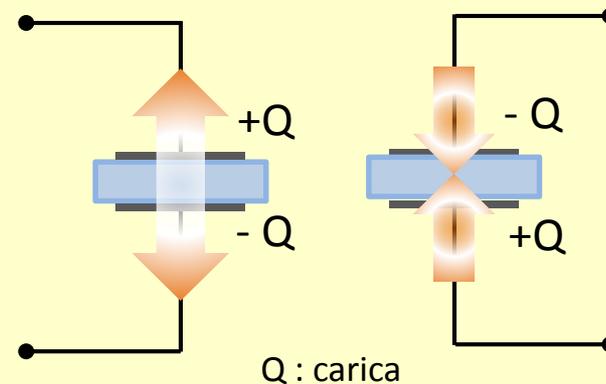
### Simboli circuitali



### Effetto Piezoelettrico

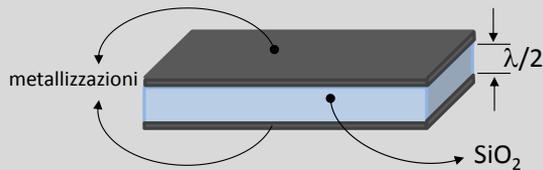
dilatazione

compressione



Processo **reversibile** : applicando una d.d.p. tra le metallizzazioni il cristallo si deforma tornando alla posizione iniziale oscillando alla sua **frequenza naturale**.

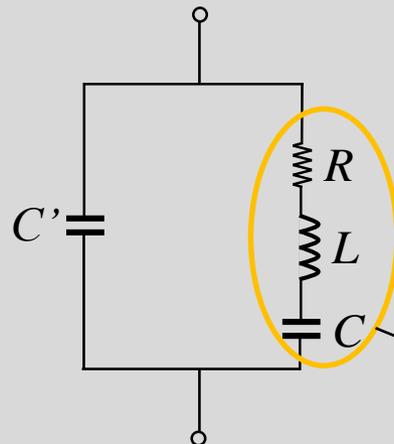
## OSCILLATORE A QUARZO



$\lambda$ : lunghezza d'onda a cui  
risuona la piastrina di quarzo

Se la **piastrina di quarzo** è sottoposta ad una tensione alternata uguale a quella naturale, vengono prodotte vibrazioni alla medesima frequenza ma **esaltate**.

### Circuito elettrico equivalente di Mason



$C'$ : Capacità elettrostatica tra i due elettrodi (  $1 \div 10$  pF)

$R$ : associata alle perdite per attrito viscoso del cristallo

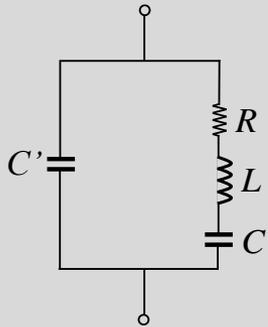
$L$ : associata al fattore di massa del cristallo, inerzia della piastrina (  $1 \div 10^2$  H)

$C$ : associato al fattore di cedevolezza, inverso della costante elastica, (  $1 \div 10$  fF)

Ramo equivalente della risonanza meccanica

## OSCILLATORE A QUARZO

Calcolo dell'impedenza equivalente in frequenza



$$Z_{eq} = \frac{\frac{1}{j\omega C'} \left( R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right)}{\frac{1}{j\omega C'} + R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1 - \omega^2 LC + j\omega R}{j\omega [(C + C') - \omega^2 LCC' - RC]}$$

Trascuriamo R,  
essendo Q molto  
elevato



$$= \frac{LC \left( \frac{1}{LC} - \omega^2 \right)}{j\omega LCC' \left[ \frac{(C + C')}{LCC'} - \omega^2 \right]} = \frac{\omega^2 - \frac{1}{LC}}{j\omega C' \left[ \omega^2 - \frac{(C + C')}{LCC'} \right]}$$

Sia:  $\omega_S = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  e  $\omega_P = \sqrt{\frac{1}{L} \frac{(C + C')}{CC'}}$



$$Z_{eq} = \frac{1}{j\omega C'} \frac{\omega^2 - \omega_S^2}{\omega^2 - \omega_P^2}$$

$C' \gg C \implies$  *si ha*  $\omega_S \cong \omega_P$

## OSCILLATORE A QUARZO

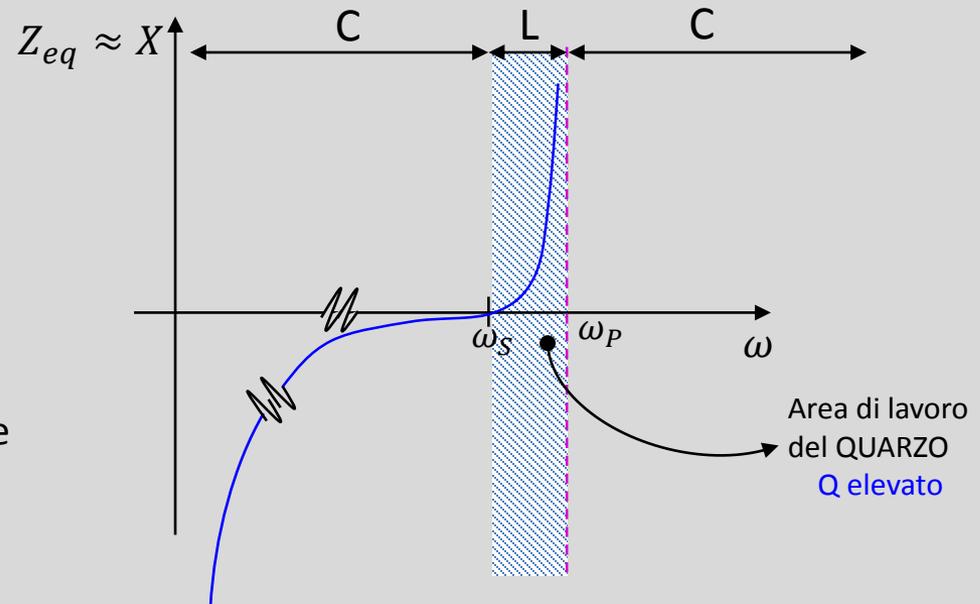
### Rappresentazione Grafica dell'Impedenza equivalente

Il circuito ha quindi due pulsazioni (frequenze) di risonanza: serie ( $\omega_S$ ) e parallelo ( $\omega_P$ ), tra loro molto vicine (da centinaia di Hz a qualche kHz).

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_S - \omega_P} = 10^3 \div 10^6$$

con  $\omega_0 = \frac{\omega_S + \omega_P}{2}$

Frequenza a cui viene fatto lavorare il quarzo, inserito in un oscillatore



Nell'area di lavoro induttiva, il quarzo è in grado di correggere anche rilevanti errori di fase, causati ad esempio da variazioni dei parametri dell'amplificatore, con minimi scostamenti della frequenza di oscillazione.



## OSCILLATORE A QUARZO

### Modi di oscillazione

#### Modo fondamentale:

dipende dalle dimensioni fisiche del cristallo ( $d = \lambda/2 \cong 10^{-1} mm$ )



limite superiore: 20 o 30 MHz.

Per frequenze superiori si deve operare nel cosiddetto modo "overtone"

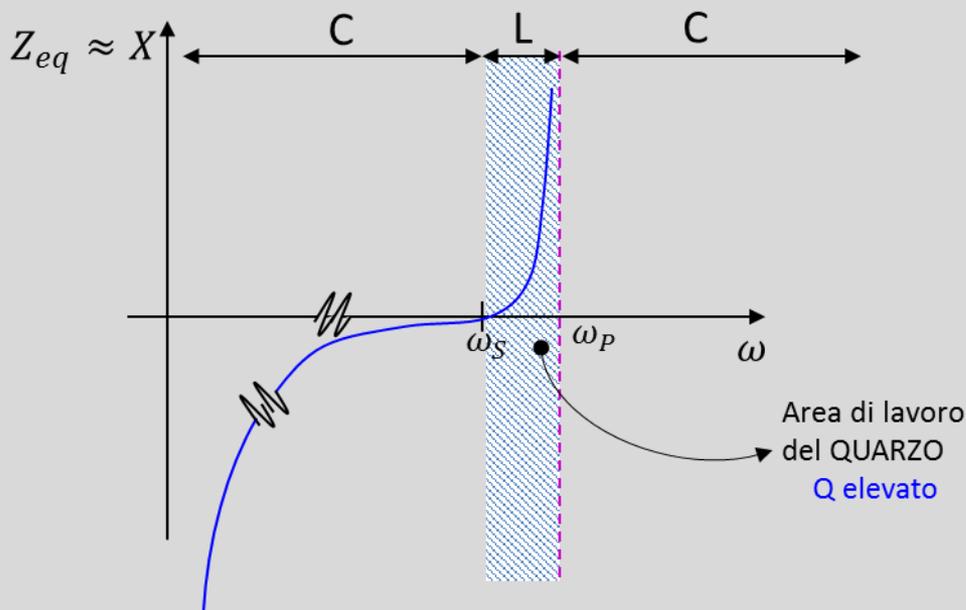
- **Modo overtone:**

il cristallo oscilla a frequenze multiple (armoniche) della fondamentale (usualmente multipli dispari, ad esempio: 3,5,7,...)



fino a **centinaia di MHz**  
opportunamente eccitati dal circuito esterno

Un oscillatore con inserito un quarzo al posto di una induttanza è definito **Oscillatore Quarzato**. La loro frequenza di oscillazione ( $f_0$ ) è imposta dal quarzo.



Dal grafico si deduce che per piccole variazioni di frequenza si hanno grosse variazioni di impedenza e quindi elevato  $S_F$

Sappiamo che :

$X_1$  : reattanza del Quarzo

$$X_1 + X_2 + X_3 = 0 \quad X_2 + X_3 = -X_1$$

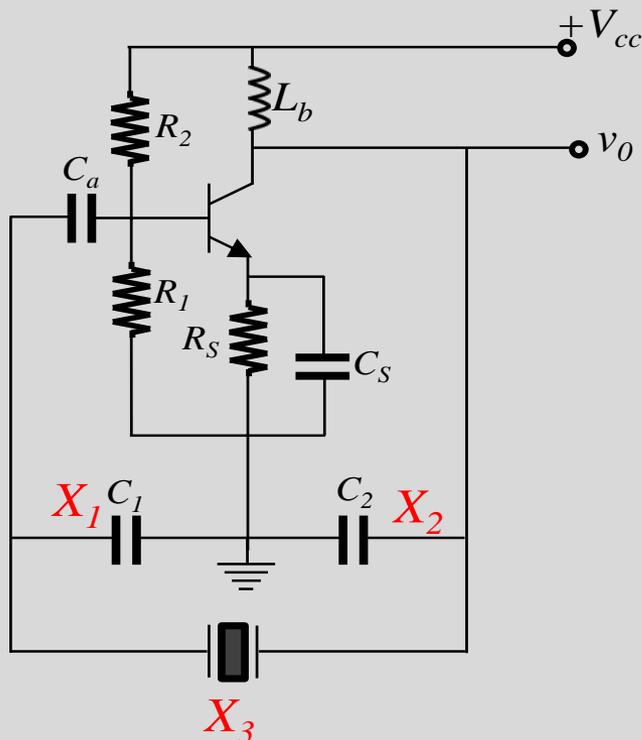
$$\Delta X_2 + \Delta X_3 = -\Delta X_1$$

$$S_F = \frac{\Delta \varphi}{\Delta f} = \frac{\Delta X_1}{\Delta f} \Rightarrow \Delta f = \frac{\Delta X_1}{S_F} \Rightarrow \text{Piccole variazioni della frequenza di oscillazione}$$

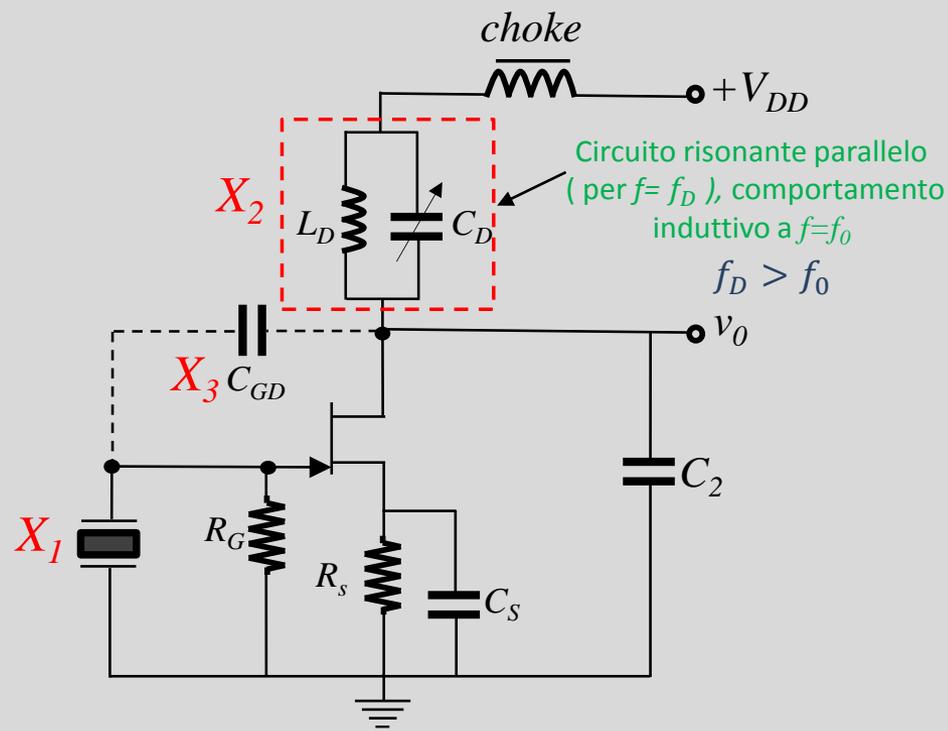
## OSCILLATORE QUARZATO

Un oscillatore con inserito un quarzo al posto di una induttanza è definito **Oscillatore Quarzato**. La loro frequenza di oscillazione ( $f_0$ ) è imposta dal quarzo.

Oscillatore di Pierce Colpitts con Quarzo

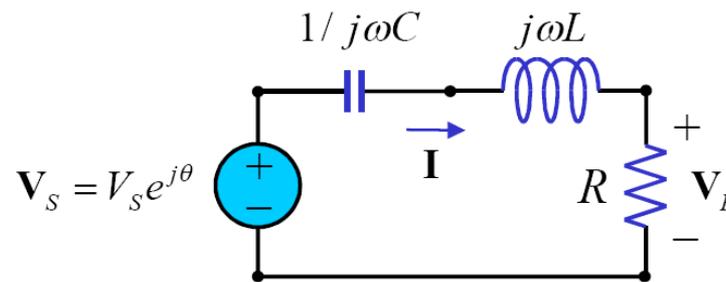


Oscillatore di Miller Hartley con Quarzo



## RICHIAMI

### Risonanza serie



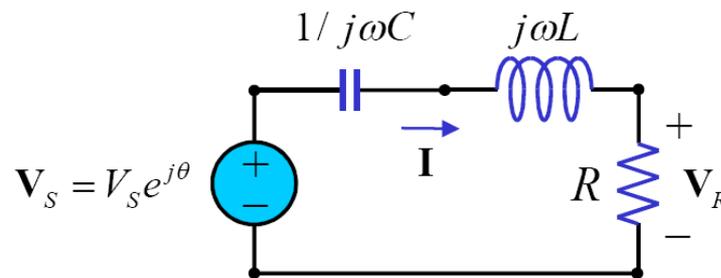
$$H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC} \right)^2}}$$

La funzione  $H$  raggiunge il valore massimo per la pulsazione  $\omega_0$ :

$$\frac{\omega_0 L}{R} - \frac{1}{\omega_0 RC} = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

## RICHIAMI

### Risonanza serie



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

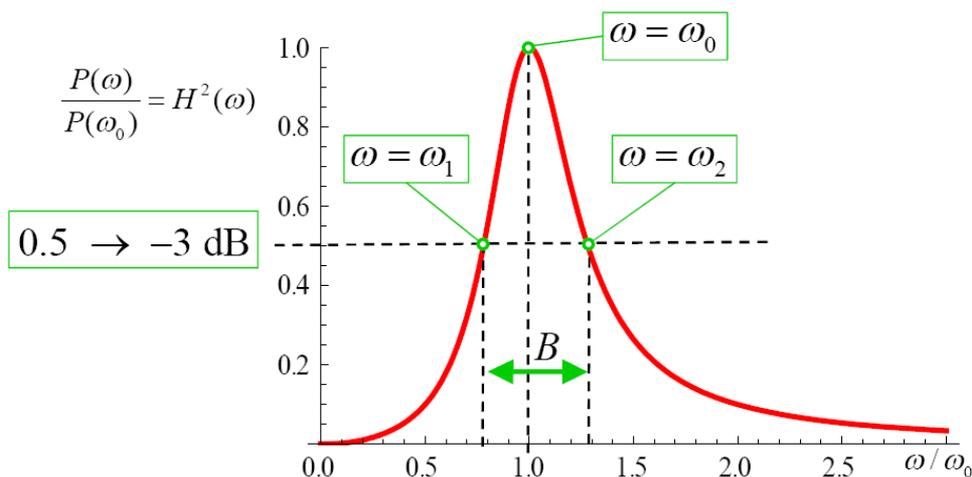
Alla pulsazione  $\omega_0$  si ha

- $H(\omega_0) = 1$ ,  $\phi(\omega_0) = 0$  (le tensioni  $V_S$  e  $V_R$  e la corrente  $I$  sono in fase)
- L'impedenza vista dal generatore è puramente resistiva e coincide con  $R$
- $|V_R|$  è il più grande possibile e quindi la potenza assorbita dalla resistenza  $R$  è la massima possibile

## RICHIAMI

### Risonanza serie

Si definisce **larghezza di banda** la quantità  $B = \omega_2 - \omega_1$ , dove  $\omega_2$  e  $\omega_1$  rappresentano le due pulsazione per le quali la potenza assorbita dalla resistenza è la metà di quella massima.





## RICHIAMI

### Risonanza serie

In generale, per un circuito risonante si definisce il **fattore di merito**:

$$Q = \omega_0 \frac{\text{energia immagazzinata nel circuito}}{\text{potenza media dissipata}}$$

$$Q = 2\pi \frac{\text{energia immagazzinata nel circuito}}{\text{energia dissipata in un periodo alla frequenza di risonanza}}$$



## RICHIAMI

### Risonanza serie

Per il circuito RLC serie il **fattore di merito**  $Q$  risulta:

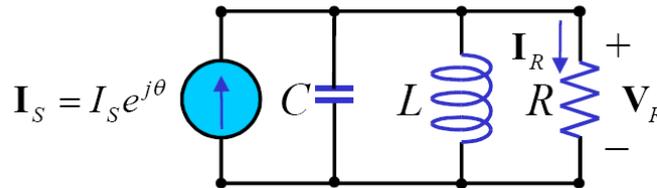
$$Q = 2\pi \frac{\frac{1}{2}LI^2}{\frac{1}{2}RI^2 \frac{1}{f_0}} = \omega_0 \frac{L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC}$$

$$B = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} = \frac{\omega_0}{Q}$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{\omega_0}{B}$$

## RICHIAMI

### Risonanza parallelo

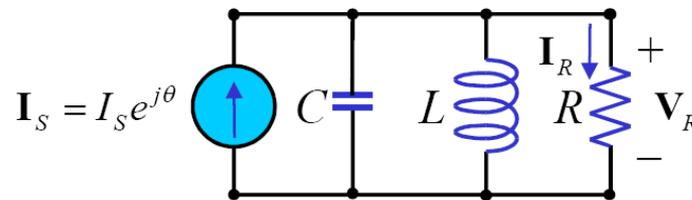


$$\mathbf{H}(\omega) = H(\omega)e^{j\phi(\omega)} = \frac{\mathbf{I}_R}{\mathbf{I}_S} = \frac{1/R}{1/R + j\omega C + 1/j\omega L} = \frac{1}{1 + j\left(\omega RC - \frac{R}{\omega L}\right)}$$

$$H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\omega RC - \frac{R}{\omega L}\right)^2}} \quad \phi(\omega) = -\arctg\left(\omega RC - \frac{R}{\omega L}\right)$$

## RICHIAMI

### Risonanza parallelo



$$H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \omega RC - \frac{R}{\omega L} \right)^2}}$$

La funzione  $H$  raggiunge il valore massimo per la pulsazione  $\omega_0$ :

$$\omega RC - \frac{R}{\omega L} = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



## RICHIAMI

### Risonanza parallelo

Per il circuito RLC parallelo il **fattore di merito**  $Q$  risulta:

$$Q = 2\pi \frac{\text{energia immagazzinata nel circuito}}{\text{energia dissipata in un periodo alla frequenza di risonanza}} =$$

$$= 2\pi \frac{\frac{1}{2} C V_R^2}{\frac{1}{2} \frac{V_R^2}{R} \frac{1}{f_0}} = \omega_0 R C = \frac{R}{\omega_0 L}$$

Anche in questo caso:

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{\omega_0}{B}$$

**FINE**