

# Misure di segnali deboli con analizzatore di spettro

## Accuratezza e precisione

Carlo Carobbi

Dip. Elettronica e Telecomunicazioni, Università di Firenze, [carlo.carobbi@unifi.it](mailto:carlo.carobbi@unifi.it)

Nella Compatibilità Elettromagnetica (CEM) capita frequentemente di dover misurare segnali molto deboli, prossimi ai limiti di sensibilità dello strumento di misura, in genere un analizzatore di spettro o un ricevitore EMI. Nell'articolo pubblicato nella rubrica della CEM di Tutto\_Misure n. 4/2005, p.309, dal titolo “**Misure di segnali deboli con analizzatore di spettro – Limite di sensibilità**”, abbiamo risposto alla domanda: *qual è il livello di segnale minimo discernibile in una misura con un analizzatore di spettro?* Abbiamo visto che la sensibilità dell'analizzatore di spettro è caratterizzata, nelle specifiche dello strumento, dal *livello di rumore medio* (Average Noise Level, ANL). Abbiamo poi mostrato qual è il legame fra ANL e la cifra di rumore  $F$  dell'analizzatore di spettro, il parametro utilizzato più comunemente per caratterizzare le prestazioni, in termini di rumore, di una generica rete due porte<sup>1</sup>. Cerchiamo in questa nota di capire con quale *precisione* e con quale *accuratezza* è possibile misurare segnali prossimi al limite di sensibilità dell'analizzatore di spettro.

Prenderemo in esame il caso in cui la scala verticale (delle ampiezze) dell'analizzatore di spettro è lineare. Non è questa la modalità di uso più frequente dello strumento: infatti, dato che l'analizzatore di spettro viene usato generalmente per misurare simultaneamente segnali di ampiezza molto diversa, la scelta più naturale è la scala verticale logaritmica. Tuttavia il vantaggio proveniente dall'analisi del caso di scala logaritmica non ripaga il costo della maggior complicazione dei contenuti che è necessario illustrare, per di più senza guadagno in termini concettuali. Il lettore interessato all'estensione alla scala logaritmica è invitato a contattare l'autore.

### ACCURATEZZA E PRECISIONE

La misura di un segnale debole è affetta da un errore sistematico e da un errore casuale. L'*errore casuale* consiste nello scarto fra il valore misurato ed il valore atteso da una media di infinite misure. L'entità dell'errore casuale, valutata in termini di valore quadratico medio, determina la *precisione* del valore misurato. L'*errore sistematico* è lo scarto fra il valore atteso da una media di infinite misure ed un valore assunto come riferimento per la grandezza misurata. L'entità dell'errore sistematico determina l'*accuratezza* del valore misurato<sup>2</sup>. Sperimentalmente il valore atteso si stima con la media di un numero molto elevato di misure e il valore di riferimento è il valore noto  $A$  (noto con incertezza trascurabile rispetto all'errore sistematico che si intende valutare) della ampiezza della tensione applicata all'ingresso dello strumento.

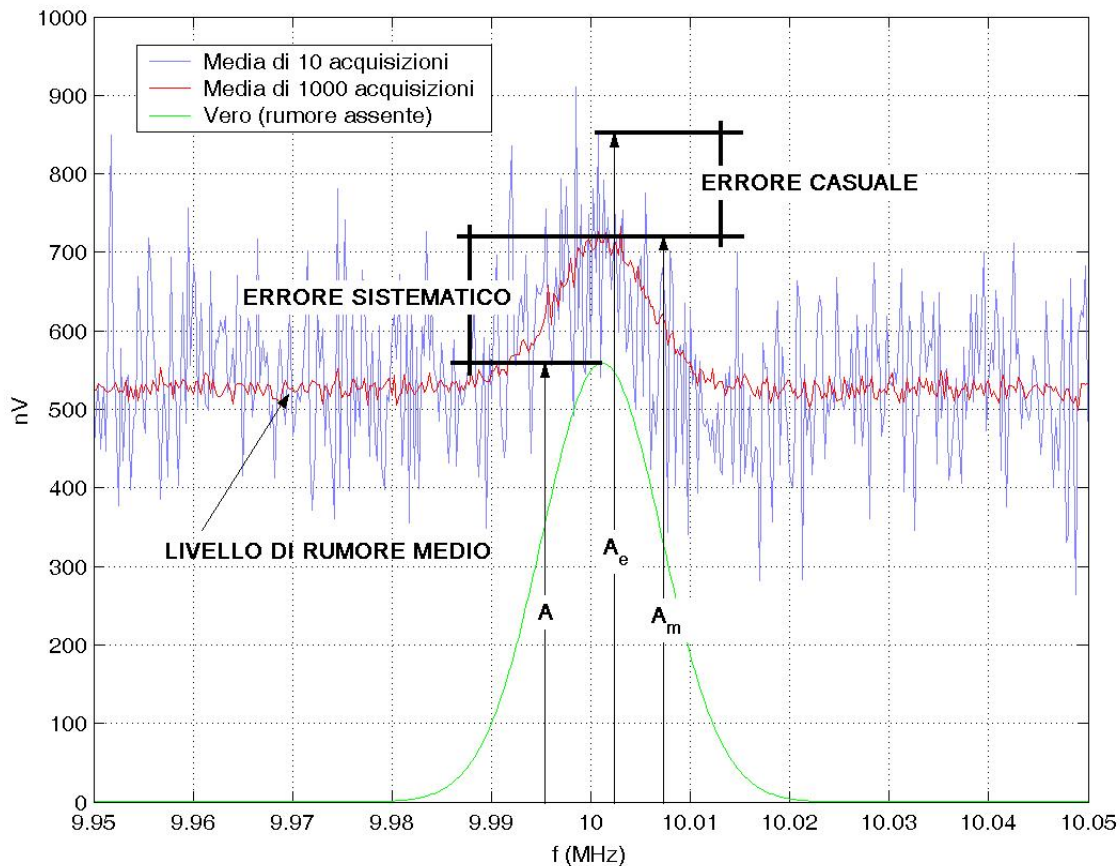
In figura 1 sono illustrati i due errori casuale e sistematico. La media di 1000 acquisizioni permette di ottenere un valore medio  $A_m$  dell'ampiezza del segnale visualizzata sul display la cui variabilità (la “rugosità” della traccia rossa) è trascurabile rispetto alla variabilità dell'ampiezza  $A_e$  del segnale

---

<sup>1</sup> Uno strumento di misura elettrico (e in particolare un analizzatore di spettro) può essere visto come una rete due porte nella quale la porta d'ingresso è identificata dalla coppia di terminali alla quale viene applicata la grandezza elettrica da misurare e la porta di uscita è il display.

<sup>2</sup> E' con una certa apprensione che l'autore si avventura nell'uso dei termini “errore casuale”, “errore sistematico”, “precisione”, “accuratezza”. Il significato dei termini usato in questo articolo è quello che si deduce da VIM, IEC e GUM. Si veda, sulla confusione esistente su questi termini, l'articolo di Giorgio Miglio in questo stesso numero di Tutto\_Misure.

ottenuta dalla media di 10 acquisizioni<sup>3</sup> (traccia blu).  $A_m$  è una stima adeguata del valore atteso dell'ampiezza del segnale.



**Figura 1:** rappresentazione degli errori sistematico e casuale in una misura di segnale debole con analizzatore di spettro.

Il valore noto  $A$  dell'ampiezza del segnale applicato all'ingresso dell'analizzatore di spettro<sup>4</sup> è 559 nV, di poco superiore al livello di rumore medio<sup>5</sup>, ANL (circa 530 nV). Il valore atteso  $A_m$  è 720 nV (l'errore sistematico è quindi 161 nV, in termini relativi il 29 %) e l'ampiezza  $A_e$  della media di 10 acquisizioni in corrispondenza del picco del segnale è 850 nV (errore casuale pari a 130 nV)<sup>6</sup>.

<sup>3</sup> La media di 10 acquisizioni permette comunque di rendere evidente la presenza del segnale nel rumore. Senza media (traccia corrispondente ad una singola acquisizione) il segnale sarebbe stato a malapena discernibile dal rumore.

<sup>4</sup> Valore efficace, corrisponde ad una tensione picco-picco di 50 mV, attenuata di 90 dB.

<sup>5</sup> In scala lineare  $ANL = \sqrt{\pi/2} \sqrt{FkTBR}$ . Per il significato dei vari termini si veda l'articolo nel n. 4/2005, p.309 di Tutto\_Misure.

<sup>6</sup> La frequenza del segnale è 10 MHz, la banda di risoluzione scelta è 10 kHz, l'attenuazione interna 0 dB, l'intervallo di frequenze esplorato attorno a 10 MHz è 100 kHz. Il caso sperimentale è stato ottenuto con un analizzatore di spettro del costruttore Hewlett & Packard, mod. 8591E.

Se ripetessimo l'esperimento con cui si determina la media di 10 e di 1000 acquisizioni troveremmo che l'errore sistematico rimane invariato mentre l'errore casuale cambia da esperimento a esperimento.

E' possibile correggere l'errore sistematico? Cioè è possibile trovare un fattore correttivo per l'ampiezza  $A_m$  mostrata sul display che permette di ottenere l'ampiezza  $A$  del segnale applicato all'ingresso? La risposta è sì. E' possibile determinare un fattore correttivo perché è nota la *statistica del segnale + rumore*. E' intuitivo che l'entità di tale correzione sarà tanto maggiore quanto più l'ampiezza del segnale è debole. La combinazione del segnale e del rumore è un segnale casuale che segue una particolare distribuzione asimmetrica detta di Rice<sup>7</sup>. Il fatto che il rumore mostrato sul display dell'analizzatore di spettro segua una distribuzione asimmetrica (di Rice), sebbene il rumore equivalente all'ingresso dello strumento segua una distribuzione simmetrica (Normale), è dovuto al fatto che l'analizzatore di spettro mostra sul display l'ampiezza del segnale (e/o del rumore) presente all'ingresso. L'ampiezza è ottenuta per tramite di un rivelatore di inviluppo. Il rivelatore di inviluppo è una rete non-lineare, e una rete non-lineare modifica la statistica del segnale applicato al suo ingresso<sup>8</sup>.

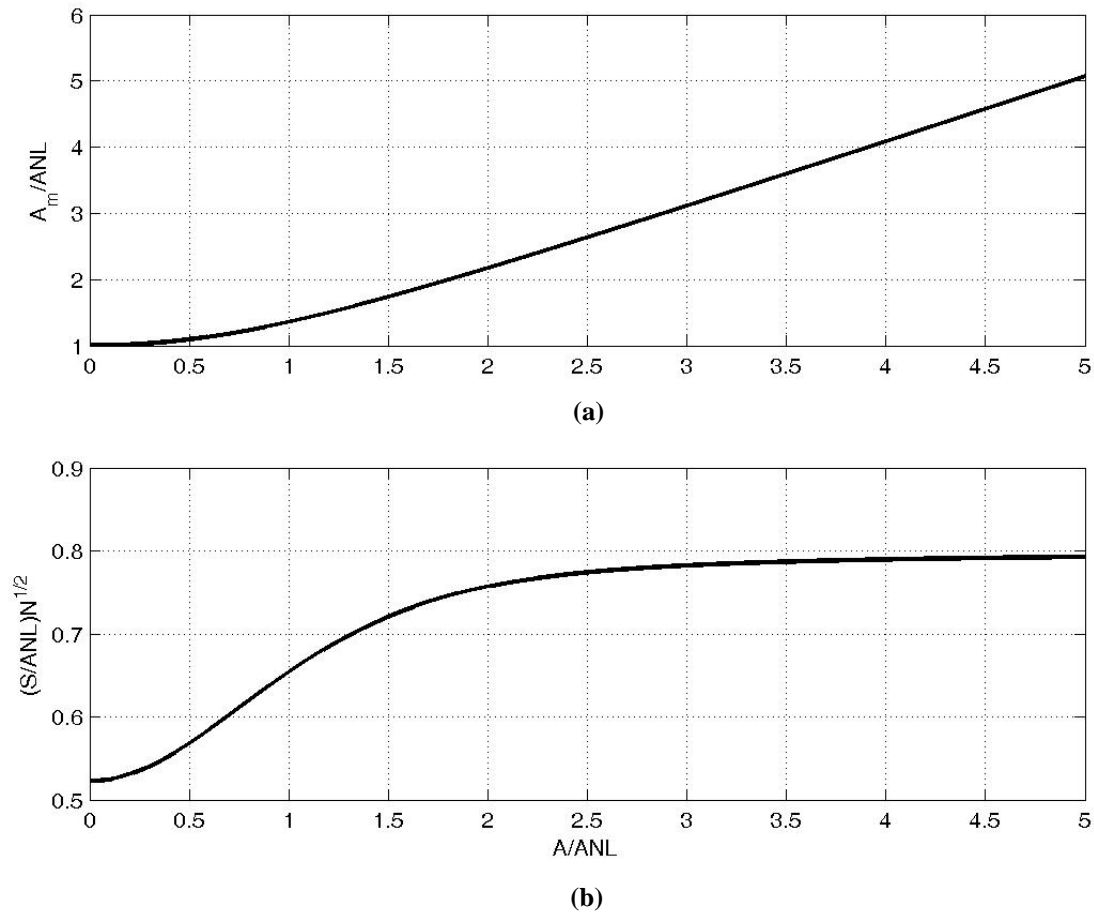
L'errore sistematico può essere corretto facendo riferimento alla figura 2(a), dove è riportato l'andamento del rapporto fra il valore atteso  $A_m$  ed il livello di rumore medio  $ANL$  in funzione del rapporto fra il valore  $A$  dell'ampiezza del segnale applicato all'ingresso dell'analizzatore di spettro ed  $ANL$ . Il valore atteso  $A_m$  è sempre superiore ad  $ANL$  per qualunque valore  $A$  della ampiezza della tensione applicata all'ingresso. Per ampiezza  $A$  nulla all'ingresso il valore atteso  $A_m$  coincide con  $ANL$ . Per valori della ampiezza  $A$  maggiori di zero si ha uno scarto sistematico in eccesso fra  $A_m$  ed  $A$  che si riduce al crescere di  $A$ . Ad esempio se si applica all'ingresso una tensione  $A$  di ampiezza pari ad  $ANL$  il valore atteso  $A_m$  della ampiezza della tensione visualizzata sul display è 1.36 volte  $ANL$ , e l'errore sistematico è del 36%. Se invece si applica all'ingresso una tensione  $A$  di ampiezza pari a 3 volte  $ANL$  il valore atteso  $A_m$  della ampiezza della tensione visualizzata sul display è 3,11 volte  $ANL$ , quindi l'errore sistematico si riduce al 3,7%. Se facciamo riferimento al caso sperimentale di figura 1 il rapporto fra il valore atteso ed il livello di rumore medio è  $A_m / ANL$  pari a 720/530, ossia proprio 1,36 che corrisponde quindi ad  $A / ANL = 1$ . Quindi in base al grafico di figura 2(a) risulta che il valore dell'ampiezza del segnale applicato all'ingresso è pari a  $ANL$ , ossia 530 nV. In effetti il valore noto di  $A$  è 559 nV, quindi rimane un piccolo scarto residuo, dopo la correzione, del 5,2%, che tuttavia è del tutto compatibile con l'incertezza di misura dell'analizzatore di spettro e con l'incertezza con cui è noto il valore di 559 nV.

Per una stima quantitativa dell'errore casuale si fa invece riferimento alla figura 2(b). L'errore casuale è stimato dalla radice quadrata del suo valore quadratico medio, che chiamiamo  $S$ . In ordinata è riportato il rapporto fra  $S$  ed  $ANL$  moltiplicato per la radice quadrata del numero  $N$  di acquisizioni su cui si fa la media per ottenere l'ampiezza misurata  $A_e$ . Se ad esempio il valore misurato dell'ampiezza  $A_e$  è ottenuto da una singola acquisizione allora  $N = 1$ . Se  $A_e$  è ottenuto dalla media di 100 acquisizioni allora  $N = 100$ . L'andamento della curva in figura 2(b) è monotono crescente e vale  $\sqrt{4/\pi - 1} = 0,523$  per  $A / ANL = 0$  e tende asintoticamente al valore  $\sqrt{2/\pi} = 0,798$  per  $A \gg ANL$ . Nel caso sperimentale di figura 1 abbiamo trovato, stimando l'errore sistematico, che  $A / ANL = 1$ , quindi, dalla curva in figura 2(b), risulta  $(S / ANL) \sqrt{N} = 0,65$ . Ne segue che nel caso di media di  $N = 10$  acquisizioni (traccia blu di figura

<sup>7</sup> Se il segnale è assente la statistica del rumore è descritta dalla distribuzione di Rayleigh, già citata nell'articolo di Luca Oberto "Incertezza delle misure di grandezze complesse", in T\_M n. 3/2004 p.246.

<sup>8</sup> Basti pensare che una sinusoide applicata all'ingresso di un rivelatore di inviluppo produce in uscita un segnale di valore costante pari all'ampiezza della sinusoide stessa: all'ingresso il segnale ha valor medio nullo, all'uscita il segnale ha valor medio pari all'ampiezza della sinusoide (comunque positivo).

1)  $S$  è stimato attorno a 109 nV, nel caso di media di  $N = 1000$  acquisizioni (traccia rossa di figura 1)  $S$  si riduce di un fattore 10, ossia attorno a 11 nV. Entrambi i valori sono in buon accordo (a vista) con il risultato sperimentale rappresentato in figura 1.



**Figura 2:** (a) Rapporto fra valore atteso  $A_m$  dell'ampiezza mostrata sul display e livello di rumore medio  $ANL$  in funzione del rapporto fra valore dell'ampiezza applicata all'ingresso  $A$  ed  $ANL$ . Grafico da usare per la correzione dell'errore sistematico. (b) Rapporto fra radice quadrata del valore quadratico medio dell'errore casuale,  $S$ , ed  $ANL$ , per la radice quadrata del numero di acquisizioni  $N$  su cui si media per ottenere il valore misurato  $A_e$  in funzione del rapporto fra valore dell'ampiezza applicata all'ingresso  $A$  ed  $ANL$ . Grafico da usare per stimare l'errore casuale.