

I QUADERNI DEL GMEE

N° 3

**La compatibilità
elettromagnetica
per chi fa misure e prove**

GMEE

Unità del GMEE di Firenze



Prefazione

La Compatibilità Elettromagnetica per chi fa misure e prove

Il Quaderno sulle misure di Compatibilità Elettromagnetica nasce dall'idea di riunire in un'unica pubblicazione una selezione di articoli inviati alla rivista Tutto_Misure per la Rubrica della CEM (Compatibilità Elettromagnetica). Questi articoli, ed il Quaderno che li raccoglie, sono stati scritti per un lettore con le conoscenze di matematica, fisica ed elettrotecnica tipiche di un perito industriale o di uno studente del terzo anno di ingegneria o fisica.

Destinatari della pubblicazione sono i tecnici dei laboratori di prove CEM, gli studenti dei corsi universitari che intendano approfondire tematiche applicative relative alla CEM, e tutti coloro che sono interessati, per lavoro o per studio, alle tecniche delle alte frequenze. Non si deve pensare infatti che la CEM sia una disciplina altamente specialistica, di esclusivo interesse di coloro che hanno a che fare, a vario titolo, con la marchiatura CE degli apparati. Tutti i progettisti elettrici ed elettronici si imbattono quotidianamente in malfunzionamenti originati dal comportamento indesiderato di un sistema, ed i fenomeni che avvengono al di fuori dell'intenzionale costituiscono il dominio della CEM.

Lo scopo qui è di fornire degli "assaggi" di tecniche di misura CEM, in particolare misure di correnti a radio-frequenza, misure di efficacia di schermatura dei cavi, misure di campi elettromagnetici, misure di segnali deboli con analizzatore di spettro. Un capitolo è poi dedicato alla incertezza di misura, nel quale vengono presentate e discusse le specificità delle valutazioni di incertezza nella CEM ed i principali documenti di guida internazionali sull'argomento. Nel Quaderno è presente anche un'ampia trattazione sul comportamento fisico ed il progetto dei collegamenti (linee, cavi) ad alta frequenza. L'argomento è di grande interesse sia perché la CEM opera in una zona di confine fra le costanti concentrate (terreno dell'elettrotecnica) e le costanti distribuite (terreno delle microonde), sia perché ci permette di introdurre la propagazione dei campi elettromagnetici, alla quale non è stato possibile dedicare, per limiti di spazio, un capitolo a parte.

Gli Autori

I QUADERNI DEL GMEE N° 3

La compatibilità elettromagnetica per chi fa misure e prove

Collana "I Quaderni del GMEE" - n° 3
a cura dell'Associazione "Gruppo Misure Elettriche
ed Elettroniche"



Con il gentile supporto di



www.ingspinelli.it



www.asea-sistemi.com



www.intek.it

Tutti i diritti di riproduzione, traduzione, adattamento anche parziale sono riservati a norma di legge e a norma delle convenzioni internazionali.

Videoimpaginazione: la fotocomposizione, Torino

Stampa: La Grafica Nuova, Torino

Finito di stampare nel mese di Giugno 2008

ISBN 978-88-903149-1-9



A&T Affidabilità & Tecnologia
Via Palmieri, 63 - 10138 TORINO
Tel. 011/536.34.40 - Fax 011/536.32.44
E-mail: info@affidabilita.com
WEB: www.affidabilita.com

Indice

	<i>Pag.</i>
Prefazione	1
1. Il decibel e le unità logaritmiche assolute	5
1.1 Premessa circa l'impiego del decibel	5
1.2 Che cosa è il decibel e perché si usa	5
1.3 Le unità logaritmiche assolute	9
1.4 A cosa prestare attenzione	11
2. Le onde nei cavi e nei collegamenti	13
2.1 Basse e alte frequenze	13
2.2 Il modello fisico del collegamento	13
2.3 Un circuito infinito	19
2.4 La propagazione nei cavi	24
2.5 Tensione e corrente nei cavi alle alte frequenze	28
2.6 Riflessioni multiple	32
2.7 Potenza	35
2.8 Le inevitabili perdite	36
2.9 Casi particolari... molto comuni	39
2.10 Chiudiamo il cerchio	40
3. Linee di trasmissione: dalle espressioni analitiche al dimensionamento	42
3.1 Introduzione	42
3.2 Generale	42
3.3 Cavo coassiale	43
3.4 Linea bifilare	46
3.5 Filo su piano di massa	48
3.6 Microstriscia	49

	<i>Pag.</i>
4. Efficacia dello schermo dei cavi coassiali	54
4.1 Introduzione	54
4.2 Schermo a calza	54
4.3. L'impedenza e l'ammettenza di trasferimento	56
4.4 L'impedenza di trasferimento in formule	60
4.5 Misura dell'impedenza di trasferimento	62
4.6 La tecnica triassiale	63
4.7 Riferimenti	66
5. Sonde di corrente per radio-frequenze	67
5.1 Introduzione	67
5.2 Il funzionamento della sonda di corrente per radiofrequenze	68
5.3 Il comportamento in alta frequenza	72
5.4 L'effetto di carico	73
5.5 Gli accoppiamenti capacitivi	74
5.6 La saturazione	76
5.7 La pinza di iniezione di corrente	76
5.8 Riferimenti	79
6. Misura di segnali deboli con analizzatore di spettro: sensibilità, accuratezza e precisione	80
6.1 Introduzione	80
6.2 Livello minimo discernibile con analizzatore di spettro	81
6.3 Accuratezza e precisione	83
6.4 Riferimenti	87
7. Incertezza nelle misure e prove di compatibilità elettromagnetica	88
7.1 Introduzione	88
7.2 Documenti di riferimento sulla incertezza nella CEM	88
7.3 Riferimenti	91
8. Propagazione delle incertezze nelle misure di compatibilità elettromagnetica	92
8.1 Introduzione	92
8.2 Valutazione dell'incertezza di campo radiato	92
8.3 Conclusioni	96
8.4 Riferimenti	96

1 - Il decibel e le unità logaritmiche assolute

1.1 - Premessa circa l'impiego del decibel

Il decibel e le unità logaritmiche assolute sono unità non definite (ma ammesse) nel Sistema Internazionale (SI) delle unità di misura, all'origine di lunghe discussioni nell'ambito dei comitati tecnici normativi di unificazione, ma largamente impiegate in tutto il mondo nella tecnica delle radio-frequenze e microonde, per non parlare della Compatibilità Elettromagnetica. Le ragioni di questo diffuso impiego, legate a dei vantaggi obiettivi rispetto alle unità naturali, saranno spiegate nel seguito, ma evidenzieremo anche le peculiarità che le distinguono dalle unità ammesse dal SI. I decibel e le unità logaritmiche assolute sono infatti soggette a fraintendimenti ed errori di impiego. Ulteriore difficoltà è legata alla valutazione delle incertezze quando si ha a che fare con grandezze espresse in unità logaritmiche o, peggio ancora, con più grandezze miste naturali e logaritmiche, ma di questo non ci occuperemo certo qui.

Le norme che si occupano delle unità di misura, i loro simboli e le regole di scrittura sono le ISO/IEC serie 80 000. Le unità logaritmiche sono relegate ad un allegato della norma generale ISO/IEC 80 000-1, mentre nella parte 8 (acustica) l'unità logaritmica neper non è più nemmeno citata.

Qualunque sia la posizione del lettore in merito (se il lettore ha una posizione) si rammenti che le unità logaritmiche sono semplicemente il risultato di una trasformazione matematica e che tale trasformazione è biunivoca: alla grandezza naturale è univocamente associata la corrispondente logaritmica e viceversa. Insomma, quello che ci dice la grandezza naturale circa l'oggetto fisico della nostra investigazione ce lo dice anche il suo logaritmo e viceversa. Se si tiene conto di questo e si ha "calma e gesso" certamente si superano tutte le difficoltà legate all'impiego di queste unità e si trae esclusivo e pieno beneficio dei vantaggi.

1.2 - Che cosa è il decibel e perché si usa

Il *decibel* è definito come dieci volte il logaritmo in base dieci del *rapporto di due potenze* P_1 e P_2 , ossia

$$10 \log_{10} \frac{P_1}{P_2} \quad (1)$$

Il simbolo dell'unità di misura è "dB" (d minuscola, B maiuscola). Si ometterà di indicare nel seguito, perché sottintesa, la base dieci del logaritmo.

Se, ad esempio, P_i è la potenza assorbita in ingresso da un amplificatore e P_o la potenza che l'amplificatore cede al carico in uscita allora il *guadagno* fra la potenza uscente e quella entrante, espresso in decibel, è G , dato da

$$G = 10 \log \frac{P_o}{P_i} \quad (2)$$

Nel caso di un attenuatore se P_i è la potenza assorbita in ingresso e P_o la potenza che cede al carico in uscita, allora l'*attenuazione* A dell'attenuatore¹ è

$$A = 10 \log \frac{P_i}{P_o} \quad (3)$$

Per un amplificatore $G \geq 0$ dB, per un attenuatore $A \geq 0$ dB. Se, ad esempio, nel caso di un amplificatore, il rapporto fra potenza in uscita e potenza in ingresso è 10 000 allora il guadagno è 40 dB.

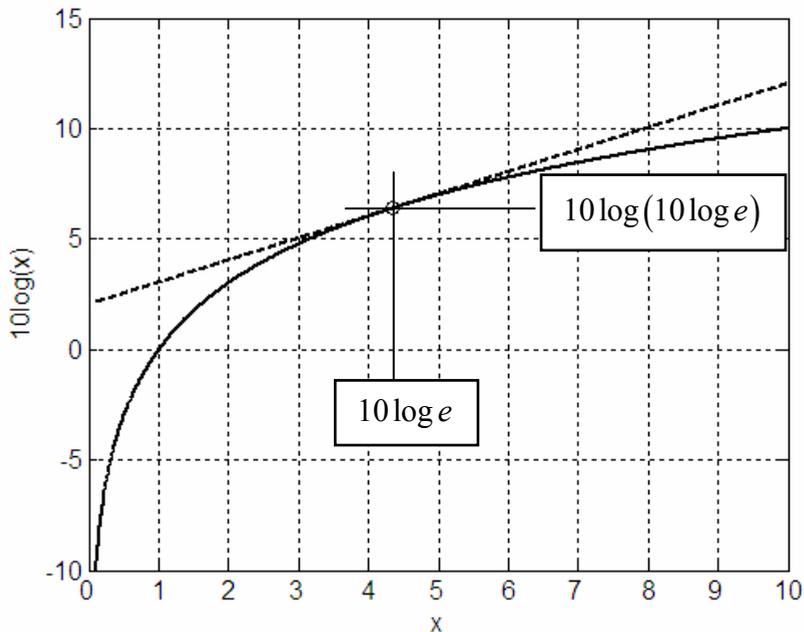


Figura 1 – La funzione $10 \log x$ in funzione di x (curva continua) e la retta tangente con pendenza unitaria (tratteggiata).

L'impiego del decibel è assai diffuso nella Compatibilità Elettromagnetica perché si ha a che fare con grandezze (tensione, corrente, potenza, campo elettrico, campo ma-

¹ Si intende che l'attenuatore è bilateralmente adattato per il massimo trasferimento di potenza.

gnético, densità di potenza...) che coprono simultaneamente ampie dinamiche. Per poter rappresentare in modo intellegibile su uno stesso grafico, ad esempio, le piccole e le grandi intensità di queste grandezze conviene usare le unità naturali in scala logaritmica oppure convertire dalle unità naturali in unità logaritmiche. Il perché è comprensibile facilmente con l'aiuto di Fig. 1, Tab. 1 e Fig. 2.

In Fig. 1 sono rappresentate la funzione $10 \log x$ e la retta tangente con pendenza unitaria, per valori di x maggiori di zero. L'ascissa del punto di tangenza vale $10 \log e \approx 4,343$, mentre l'ordinata vale $10 \log(10 \log e) \approx 6,378$. Si noti che la funzione logaritmo cresce più velocemente della retta tangente con pendenza unitaria per valori di x a sinistra del punto di tangenza, e quindi opera una espansione della scala orizzontale sulla verticale. Cresce invece più lentamente della retta tangente, e quindi comprime la scala, per valori a destra del punto di tangenza. Si usa dire che la funzione logaritmo opera una *espansione dei bassi* ed una *compressione degli alti*.

Tabella 1: Valori della grandezza naturale x , della corrispondente logaritmica $10 \log x$ e scarti fra valori successivi in entrambe le rappresentazioni.

x	Scarto	$10 \log x$	Scarto
0	--	$-\infty$	--
1	1	0	$+\infty$
2	1	3,0	3,0
3	1	4,8	1,8
4	1	6,0	1,2
5	1	7,0	1,0
6	1	7,8	0,8
7	1	8,5	0,7
8	1	9,0	0,5
9	1	9,5	0,5
10	1	10	0,5

In Tab. 1 sono mostrati i valori di x ed i corrispondenti² valori di $10 \log x$ per x intero che va da uno a dieci. Ci si soffermi sugli scarti fra un valore ed il successivo che per la grandezza naturale sono sempre pari a uno, mentre per la grandezza logaritmica vanno da ∞ a 0,5. È evidente l'espansione operata dal logaritmo per i valori di x inferiori a cinque (scarti maggiori di uno) e la compressione per i valori superiori (scarti inferiori ad uno). In Fig. 2 si ha una ulteriore rappresentazione, su carta millimetrata, del confronto fra scala lineare e scala logaritmica. Appare evidente la espansione dei bassi e la compressione degli alti nella scala logaritmica.

Un ulteriore vantaggio proveniente dall'impiego dei decibel è che le operazioni di prodotto e rapporto fra grandezze naturali si traducono rispettivamente in somma e sottrazione fra le corrispondenti grandezze logaritmiche, mentre l'elevazione a potenza si

² Si sono fatti opportuni arrotondamenti per ottenere valori sufficientemente precisi ma anche facili da memorizzare.

traduce in un fattore moltiplicativo. Cioè si ha una semplificazione nei conti ³, che così si possono svolgere mentalmente. Conoscendo a memoria la Tab. 1 e sfruttando le proprietà aritmetiche dei logaritmi si può mentalmente convertire le grandezze naturali nelle logaritmiche, fare i conti (che si sono semplificati grazie alla conversione) e convertire il risultato nella grandezza naturale. Non è un vantaggio da poco il poter controllare, con una rapida verifica mentale, la correttezza di una serie di calcoli, anche elaborati.

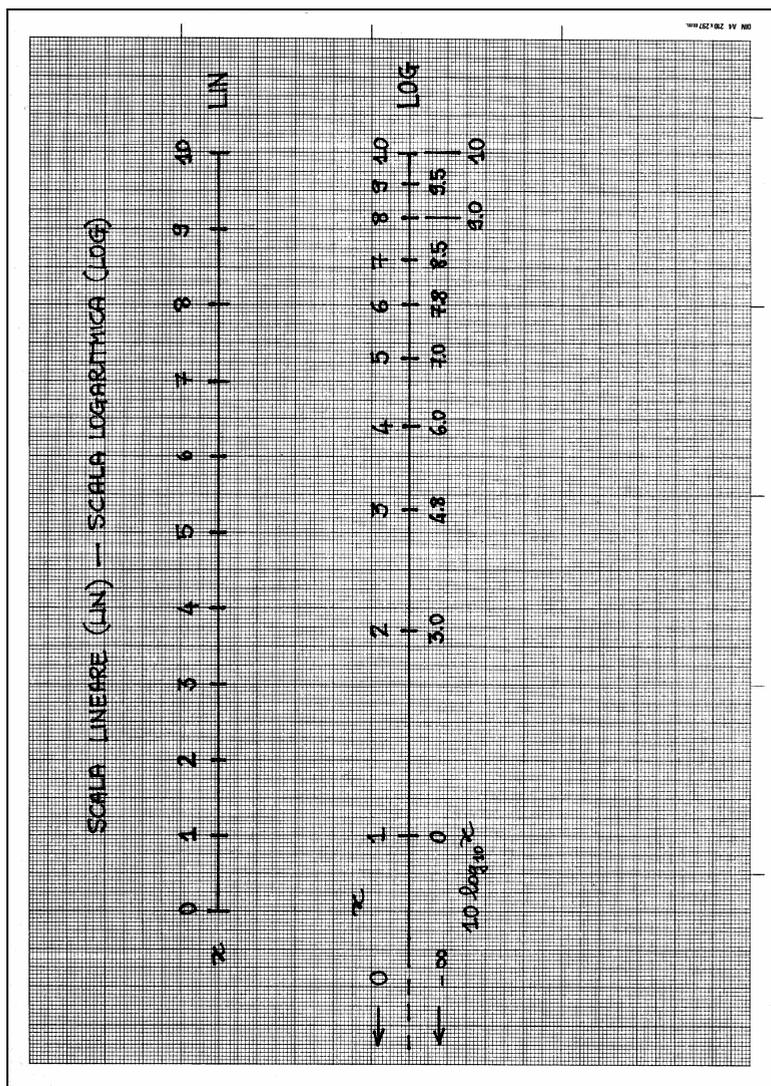


Figura 2 – Confronto fra scala lineare e scala logaritmica.

³ Se si ha a che fare con prodotti, rapporti ed elevazioni a potenza fra grandezze naturali. Se ci sono delle somme da svolgere la rappresentazione logaritmica non è più conveniente.

Torniamo adesso a considerare la definizione (1). Supponiamo che la potenza P_1 sia dissipata da un resistore R_1 al quale è applicata la tensione sinusoidale di valore efficace V_1 e in cui scorre la corrente I_1 . Analogamente per la potenza P_2 in un altro resistore R_2 . Dalla (1) segue allora che

$$10 \log \frac{P_1}{P_2} = 10 \log \frac{\frac{V_1^2}{R_1}}{\frac{V_2^2}{R_2}} = 20 \log \frac{V_1}{V_2} - 10 \log \frac{R_1}{R_2} \quad (4)$$

Possiamo altrimenti far comparire le correnti al secondo membro come segue

$$10 \log \frac{P_1}{P_2} = 20 \log \frac{I_1}{I_2} + 10 \log \frac{R_1}{R_2} \quad (5)$$

Osserviamo in primo luogo che, essendo la potenza proporzionale al quadrato della tensione e al quadrato della corrente, i rapporti di tensione e di corrente compaiono come argomento di $20 \log(\bullet)$ anziché di $10 \log(\bullet)$. Inoltre se $R_1 = R_2$

$$10 \log \frac{P_1}{P_2} = 20 \log \frac{V_1}{V_2} = 20 \log \frac{I_1}{I_2} \quad (6)$$

Supponiamo di avere a che fare con un amplificatore per radiofrequenze che usualmente ha resistenza di ingresso e di carico uguali (e uguali a 50Ω). In questo caso allora il guadagno, l'amplificazione di tensione e l'amplificazione di corrente sono uguali fra loro se espresse in decibel. Diverso è il caso di un amplificatore audio che in genere ha la resistenza di ingresso dell'ordine della decina di kilohm e la resistenza di carico dell'ordine della decina di ohm per cui guadagno, amplificazione di tensione e di corrente non sono affatto uguali fra loro, anche se espressi in decibel.

1.3 - Le unità logaritmiche assolute

Anche queste sono usatissime nella Compatibilità Elettromagnetica, e nella tecnica delle radiofrequenze in generale. Viene espresso in unità logaritmiche non il rapporto fra potenze ma il valore assoluto di una potenza, oppure di una tensione, di un campo elettrico, ecc. Diamo qui la definizione e commentiamo alcune unità logaritmiche assolute, ma non tutte le possibili. Il lettore infatti sarà in grado di dedurre autonomamente, dalle definizioni che vengono qui presentate, le altre possibili. Nel §1.4 vengono date delle indicazioni a cui prestare attenzione per non cadere in errore quando si impiegano le unità logaritmiche assolute.

Si tenga presente che il simbolo delle unità logaritmiche assolute, secondo le consuetudini della letteratura tecnica, è "dB" seguito dall'unità di misura della grandezza presa come riferimento, fra parentesi: es. "dB(μ V)" se il riferimento è 1μ V, "dB(W)" se il riferimento è 1 W. Fa eccezione il caso in cui il riferimento è 1 mW, il simbolo universalmente impiegato in questo caso è "dBm" anziché "dB(mW)". Quando ci riferi-

remo in questo testo alla unità logaritmica assoluta useremo la convenzione di esprimere l'unità di riferimento per esteso dopo "dB-". Ossia scriveremo "la tensione impressa è di pochi dB-microvolt" anziché "la tensione impressa è di pochi dB(μ V)" oppure "la tensione impressa è di pochi dibimicrovolt".

1.3.1 - dBm

La conversione di una potenza P da unità naturali in watt a dB-milliwatt (poi, come è consuetudine, si abbrevierà in dBm) si effettua come segue

$$10 \log \frac{P}{1 \text{ mW}} \quad (7)$$

Quindi una potenza di 3 W corrisponde a 34,8 dBm, una potenza di -110 dBm corrisponde a 0,01 pW.

1.3.2 - dB(μ V)

La conversione di una tensione V , valore efficace di una tensione sinusoidale, da unità naturali (volt) a dB-microvolt è data dalla seguente formula

$$20 \log \frac{V}{1 \mu\text{V}} \quad (8)$$

Se ad esempio la tensione, espressa in unità naturali, è di 2 V, la corrispondente in unità logaritmiche è 126 dB(μ V). Viceversa una tensione di 60 dB(μ V) in unità logaritmiche corrisponde a 1 mV in unità naturali.

Notare che il coefficiente moltiplicativo del logaritmo nella (8) è 20 anziché 10, come invece appare nella (7). La ragione di ciò sta nel fatto che la potenza è proporzionale al quadrato della tensione (la stessa motivazione che spiega anche le (6)).

Molto utile è la relazione che permette di passare da potenza a tensione, entrambe espresse nelle unità logaritmiche, assumendo che la potenza venga dissipata da una resistenza di 50 Ω , cioè

$$P_{\text{dBm}} = V_{\text{dB}(\mu\text{V})} - 107 \quad (9)$$

dove P_{dBm} è espressa in dB-emme e $V_{\text{dB}(\mu\text{V})}$ in dB-microvolt. Se la potenza, ad esempio, vale 10 dBm (10 mW) la tensione corrispondente vale -97 dB(μ V) (14,1 μ V). Lasciamo al lettore la derivazione della (9).

1.3.3 - dB(μ T), dB(μ V/m), dB(mA/m), dB(mW/cm²) ...

In maniera del tutto analoga alle definizioni dei dB-emme e dB-microvolt si definiscono i dB-microtesla per l'induzione magnetica, i dB-microvolt su metro per il campo elettrico, i dB-milliampere su metro per il campo magnetico, i dB-milliwatt su centimetro quadro per la densità di potenza del campo elettromagnetico, etc. Per esempio per convertire l'induzione magnetica B (valore efficace) da unità naturali Tesla a dB-microtesla si usa la seguente formula

$$20 \log \frac{B}{1 \mu\text{T}} \quad (10)$$

mentre per la conversione della densità di potenza S da watt su metro quadro a dB-milliwatt su centimetro quadro si ha

$$10 \log \frac{S}{1 \text{mW/cm}^2} \quad (11)$$

Da notare che per la conversione di tensione, corrente, campo elettrico, magnetico ed elettromagnetico è richiesto il fattore 20 a moltiplicare il logaritmo, mentre per la conversione di potenza e densità di potenza è richiesto il fattore 10.

1.4 - A cosa prestare attenzione

Quando si impiegano le unità logaritmiche assolute nei calcoli occorre tener ben presente cosa avviene delle corrispondenti grandezze naturali. Supponiamo si voglia valutare la differenza fra due livelli di potenza espressi in dB-emme, ad esempio 10 dBm e -20 dBm. Il risultato della differenza è

$$10 \text{ dBm} - (-20 \text{ dBm}) = 30 \text{ dB}$$

Attenzione quindi, il risultato della differenza si esprime in decibel perché la differenza fra le grandezze espresse in unità logaritmiche corrisponde al rapporto (che è a-dimensionale) delle corrispondenti grandezze espresse in unità naturali. Non ha quindi senso sommare 50 dB(μV) a 20 dB(μV), ma ha invece senso sommare (o sottrarre) 50 dB a 20 dB(μV) e si ottengono 70 dB(μV) (oppure -30 dB(μV)).

Le unità logaritmiche assolute presentano perciò delle difficoltà legate al fatto (estraneo alle unità ammesse dal SI) che combinando due grandezze omogenee si ottiene un grandezza non omogenea alle due di partenza (è il caso della differenza fra grandezze espresse in dB-emme) e si possono combinare grandezze non omogenee (ad esempio decibel con dB-microvolt per ottenere dB-microvolt).

Ulteriori casi a cui prestare attenzione. Per la legge di ohm, $V = RI$, se si esprimono, ad esempio, la tensione in dB-millivolt e la corrente in dB-ampere la loro differenza è in dB-milliohm. Cioè

$$50 \text{ dB(mV)} - 10 \text{ dB(A)} = 40 \text{ dB(m}\Omega) \quad (12)$$

valore che corrisponde ad una resistenza di 100 m Ω in unità naturali. Per maggiore chiarezza vediamo in dettaglio i passaggi logici attraverso i quali si arriva a questa conclusione

$$\begin{aligned} 20 \log \frac{V}{1 \text{mV}} - 20 \log \frac{I}{1 \text{A}} &= 20 \log \frac{V/I}{1 \text{mV}/1 \text{A}} \\ &= 20 \log \frac{R}{1 \text{m}\Omega} \end{aligned} \quad (13)$$

Spesso avviene che il coefficiente di trasduzione dei trasduttori è espresso in unità logaritmiche assolute. Ad esempio, nel caso delle sonde di corrente a trasformatore il coefficiente di taratura (rapporto fra la tensione misurata sul secondario della sonda V , e la corrente che scorre nel primario sotto misura I), è espresso in dB-ohm. La spiegazione è del tutto analoga a quella descritta nei passaggi matematici illustrati dalla (13). Nel caso delle antenne viene impiegato il fattore di taratura di antenna, detto ACF (Antenna Calibration Factor o Aerial Correction Factor), come parametro di trasduzione. ACF è definito come rapporto fra il campo elettrico E che incide sull'antenna e la tensione misurata V ai terminali dell'antenna (chiusa su 50Ω). Il fattore di trasduzione, espresso in unità logaritmiche assolute, si misura in dB-metro alla meno uno, cioè

$$\begin{aligned} 20 \log \frac{E}{1 \text{ V/m}} - 20 \log \frac{V}{1 \text{ V}} &= 20 \log \frac{E/V}{1 \text{ m}^{-1}} \\ &= 20 \log \frac{ACF}{1 \text{ m}^{-1}} \end{aligned} \quad (14)$$

Sempre nel caso delle antenne si definisce un altro importante parametro di trasduzione chiamato guadagno, G , definito come rapporto fra la densità di potenza S irradiata dall'antenna in direzione di massima radiazione e la densità di potenza S_0 irradiata da un'antenna di riferimento convenzionale che è un ideale radiatore isotropo, privo di perdite e perfettamente adattato che assorbe la stessa potenza. Il guadagno espresso in decibel è dato da

$$\begin{aligned} 10 \log \frac{S}{1 \text{ W/m}^2} - 10 \log \frac{S_0}{1 \text{ W/m}^2} &= 10 \log \frac{S/S_0}{1} \\ &= 10 \log G \end{aligned} \quad (15)$$

È importante osservare che se nel caso della resistenza il dB-ohm richiede il coefficiente venti a moltiplicare il logaritmo, e lo stesso vale per il fattore di taratura di antenna, la cui unità è il dB-metro alla meno uno, diverso è il caso del guadagno che, espresso in decibel, richiede invece il dieci. Mentre infatti nei primi due casi si ha a che fare con differenze fra le unità logaritmiche di tensione e corrente oppure fra le unità di campo elettrico e di tensione, che hanno il venti nella definizione, nel terzo caso si ha una differenza fra le unità di densità di potenza, che sono definite con il dieci.

Purtroppo questo modo di procedere non può essere generalizzato a tutti i casi possibili. Ad esempio, supponiamo di avere a che fare con un convertitore da potenza a frequenza (come quelli impiegati nei contatori statici dell'energia elettrica). Mentre è chiaro che la potenza richiede il dieci nella definizione della corrispondente unità logaritmica non è chiaro come comportarsi con la frequenza. Di fatto il fattore di trasduzione non si esprime in unità logaritmiche assolute ma in unità naturali watt su hertz (o più comodamente in uno su kilowattora).

2 - Le onde nei cavi e nei collegamenti

2.1 - Basse e alte frequenze

Il collegamento fra un generatore ed un carico è spesso realizzato, nelle applicazioni a radio-frequenza, mediante cavi coassiali, linee a microstriscia, coppie di fili ravvicinati ed eventualmente ritorti. Per chi opera a frequenze basse, quali quelle del trasporto dell'energia, il collegamento è di solito una piccola impedenza costituita dalla serie di una resistenza e di una induttanza. Purtroppo questa rappresentazione circuitale dei collegamenti fallisce nel descrivere i fenomeni elettrici che coinvolgono il generatore, il collegamento ed il carico alle alte frequenze, oppure, alle basse frequenze, per collegamenti di grande lunghezza, come le linee chilometriche per il trasporto dell'energia.

Nel mondo analogico, dove si preferisce ragionare in termini di sinusoidi, per alte frequenze si intende quelle per cui la lunghezza del collegamento è comparabile con la lunghezza d'onda del segnale trasportato. Nel mondo digitale, dove si preferisce ragionare in termini di tempi di commutazione del segnale digitale, la rappresentazione di bassa frequenza perde di efficacia quando i tempi di salita e discesa del segnale digitale sono comparabili con il ritardo di propagazione lungo il collegamento. Si tratta di punti di vista diversi ma del tutto equivalenti.

In questo capitolo si ricavano e si discutono le equazioni che modellano la trasmissione dei segnali lungo i collegamenti alle alte frequenze. La trattazione è svolta ad un livello accessibile a chi ha le conoscenze fondamentali della teoria dei circuiti, ed in particolare dell'analisi con i fasori dei circuiti a regime sinusoidale. Saranno ricavate numerose formule, tutte importanti, che costituiscono il corredo di strumenti necessari per padroneggiare la propagazione delle onde nei collegamenti. La comprensione di queste formule ha senz'altro un costo. Tuttavia, particolare attenzione è stata posta a mantenere questo costo basso portando per mano il lettore attraverso la via più agevole per ricavare le formule e fornendo sempre la loro interpretazione fisica. Sebbene l'approccio sia semplice ed accessibile niente è stato concesso all'approssimazione o alla superficialità.

2.2 - Il modello fisico del collegamento

Consideriamo, per fissare le idee, uno spezzone di cavo coassiale (d'ora in poi il cavo) di lunghezza l . Si alimenti il cavo (vedere Fig. 3) a sinistra con un generatore di tensione sinusoidale che imprime una tensione di circuito aperto di ampiezza V_G , alla frequenza f , e con impedenza interna Z_G . Il cavo sia chiuso a destra sull'impedenza Z_L .

Si assume il cavo corto rispetto alla lunghezza d'onda, ossia l piccola rispetto a λ , dove $\lambda = c / (\sqrt{\epsilon_r} f)$ e c è la velocità di propagazione della luce nel vuoto, mentre ϵ_r è la

permettività relativa dell'isolante fra i due conduttori del cavo. Per fissare le idee si può stabilire che deve essere $l \leq \lambda/20$. Il significato di questa assunzione sarà presto chiaro.

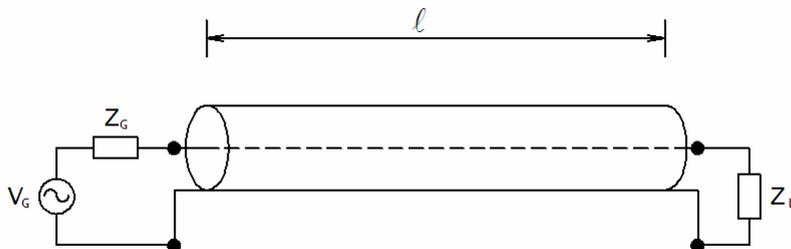


Figura 3 – Rappresentazione schematica di un cavo coassiale alimentato a sinistra da un generatore di tensione e chiuso a destra su di un carico.

Prendiamo in esame il caso in cui il cavo è corto-circuitato con un corto-circuito ideale, ossia $Z_L = (0 + j0)\Omega$ e facciamo qualche considerazione qualitativa. È intuitivo il fatto che nel cavo scorre una corrente relativamente grande e che la tensione fra i conduttori (e quindi la carica elettrica che si affaccia su di loro) è relativamente piccola. Il volume di spazio compreso fra i conduttori è perciò sede di un intenso campo magnetico e di un debole campo elettrico. Il campo elettrico è quello necessario per vincere due forze che si oppongono al passaggio della corrente: quella originata dalla resistenza ohmica dei conduttori e quella originata dalle variazioni nel tempo del campo magnetico generato dalla corrente stessa (il fenomeno di auto-induzione). Il modello circuitale del cavo è quindi una resistenza R in serie ad un'induttanza L (Fig. 42).

In termini quantitativi, la corrente I che percorre il cavo è

$$I = \frac{V_G}{Z_G + R + j\omega L} \quad (1)$$

dove ω è la frequenza angolare ($\omega = 2\pi f$). La tensione V all'estremo sinistro del cavo è

$$V = (R + j\omega L)I \quad (2)$$

e la sua ampiezza decresce linearmente da sinistra a destra riducendosi a 0 ai capi del corto-circuito.

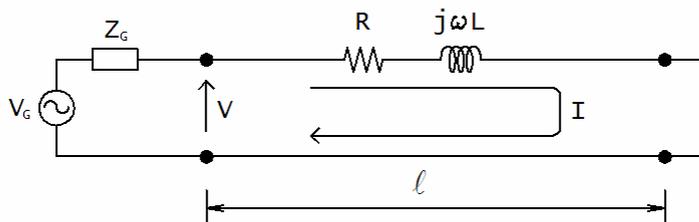


Figura 4 – Modello circuitale del collegamento fra un generatore ed un corto-circuito tramite un cavo corto rispetto alla lunghezza d'onda.

Il confronto qualitativo fra le intensità del campo magnetico H e del campo elettrico E (due grandezze incommensurabili) si traduce in termini quantitativi nel rapporto fra le energie magnetica e elettrica medie immagazzinate nel cavo, W_H/W_E , dato da

$$\frac{W_H}{W_E} = \frac{\frac{1}{4}L|I|^2}{\frac{1}{4}C|V|_m^2} \quad (3)$$

dove C è la capacità del cavo e $|V|_m^2$ è il valore quadratico medio dell'ampiezza della tensione lungo il cavo. Dato che l'ampiezza della tensione si riduce linearmente dal valore $|V|$ all'estremo sinistro del cavo a zero all'estremo destro è facile ricavare che $|V|_m^2 = 1/3|V|^2$. Dato poi che per la (2), $|V| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} |I|$, sostituendo nella (3) si ottiene

$$\frac{W_H}{W_E} = \frac{3\frac{L}{C}}{R^2 + (\omega L)^2} \quad (4)$$

Soffermiamoci su questa equazione per il rapporto delle energie. A numeratore compare il termine L/C . Esso corrisponde al quadrato dell'impedenza caratteristica del cavo Z_0 , cioè $L/C = Z_0^2$. Valori tipici dell'impedenza caratteristica dei cavi coassiali sono 50Ω e 75Ω . A denominatore abbiamo due termini di cui uno, R^2 , dominante per $f < f_c = R/(2\pi L)$, e l'altro, $(\omega L)^2$ dominante per $f > f_c$. La frequenza caratteristica f_c assume valori dell'ordine di alcuni kilohertz, indipendentemente dalla lunghezza dello spezzone di cavo, visto che sia R che L (ed anche C) sono proporzionali ad l . Quindi per $f < f_c$

$$\frac{W_H}{W_E} \approx 3 \left(\frac{Z_0}{R} \right)^2 \quad (5)$$

mentre per $f > f_c$

$$\frac{W_H}{W_E} = \frac{3}{(2\pi)^2} \left(\frac{\lambda}{l} \right)^2 \approx 0,0760 \left(\frac{\lambda}{l} \right)^2 \quad (6)$$

Per ricavare la (6) si è sfruttato il fatto che $\lambda/l = 1/(\sqrt{LC}f)$. Abbiamo anticipato che cortocircuitando il cavo l'energia in esso immagazzinata è prevalentemente magne-

tica. La (6) mostra che questa affermazione è vera finché il cavo è corto rispetto alla lunghezza d'onda. Nel caso peggiore, cioè al limite superiore di frequenza, dove $l = \lambda/20$, si ha infatti $W_H \approx 30,4W_E$.

Un breve commento alla (5). Si può concepire il caso di un cavo così lungo¹ per il quale R è uguale o addirittura superiore a Z_0 . In questa situazione, vedi la (5), l'energia elettrica immagazzinata nel cavo può essere superiore a quella magnetica. Di fatto però, per l'ipotesi di cavo corto rispetto alla lunghezza d'onda, la frequenza deve essere molto bassa e infatti è facile verificare che imponendo $W_H = W_E$ nella (5) e $l \leq \lambda/20$ risulta di conseguenza $f \leq \pi/(10\sqrt{3})f_c \approx 0,1814f_c$. Per cui un cavo tanto lungo, alle frequenze per cui è corto rispetto alla lunghezza d'onda, è una semplice resistenza. Si tratta allora di un caso possibile ma poco interessante.

Prendiamo ora in considerazione la situazione duale in cui all'estremo destro il cavo è lasciato aperto, ossia $1/Z_L = Y_L = (0 + j0)$ S. L'energia immagazzinata nel cavo sarà adesso prevalentemente elettrica. La tensione lungo il cavo sarà costante e pari a (si veda la Fig. 5)

$$V = \frac{V_G}{Y_G + G + j\omega C} Y_G \quad (7)$$

dove $Y_G = 1/Z_G$, C è la capacità del cavo, G è l'ammettenza che rappresenta le perdite nell'isolante. La corrente lungo il cavo cala linearmente dall'estremo sinistro, dove vale

$$I = V(G + j\omega C) \quad (8)$$

all'estremo destro dove vale 0. Espressioni duali delle (3) e (4) valgono in questo caso per il rapporto delle energie elettrica e magnetica, e cioè

$$\frac{W_E}{W_H} = \frac{\frac{1}{4}C|V|^2}{\frac{1}{4}L|I|^2} \quad (9)$$

e

$$\frac{W_E}{W_H} = \frac{3\frac{C}{L}}{G^2 + (\omega C)^2} \quad (10)$$

da cui si arriva concludere che per $f > G/(2\pi C)$

¹ Per farsi un'idea, circa 1400 m nel caso del comune cavo coassiale RG 58C/U.

$$\frac{W_E}{W_H} = \frac{3}{(2\pi)^2} \left(\frac{\lambda}{l} \right)^2 \quad (11)$$

e quindi al limite superiore di frequenza per cui risulta $l = \lambda / 20$ l'energia associata al campo elettrico risulta essere circa 30 volte superiore a quella associata al campo magnetico.

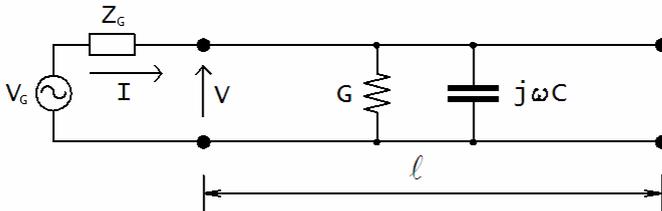


Figura 5 – Modello circuitale del collegamento fra un generatore ed un circuito aperto tramite un cavo corto rispetto alla lunghezza d'onda.

In base alle considerazioni finora svolte si sarebbe portati a concludere che il modello fisico del cavo dipende dal carico: resistenza in serie ad induttanza (Fig. 4) per carichi a bassa impedenza e ammettenza in parallelo a capacità (Fig. 5) per carichi ad alta impedenza. In realtà i due modelli sono simultaneamente validi per ogni impedenza di carico (Fig. 6). Infatti, per carichi Z_L a bassa impedenza il parallelo fra G e $j\omega C$ non assorbe essenzialmente corrente perché corto-circuitato dal carico e la presenza del cavo si manifesta nella caduta di tensione sulla serie di R con $j\omega L$. Viceversa, per carichi ad alta impedenza, non c'è caduta di tensione apprezzabile sulla serie di R con $j\omega L$ e l'effetto della presenza del cavo è la corrente assorbita dal parallelo di G con $j\omega C$. Il modello circuitale di uno spezzone di cavo corto rispetto alla lunghezza d'onda è perciò quello rappresentato in Fig. 6.

Nel circuito di Fig. 6 abbiamo fatto precedere l'ammettenza trasversale $G + j\omega C$ dall'impedenza longitudinale $R + j\omega L$, ma potevamo anche decidere di fare il contrario. Cioè i modelli circuitali del cavo di Fig. 7 (a), (b) e (c) sono equivalenti fra loro e a quello di Fig. 6. Infatti i vari elementi del circuito non hanno una definita localizzazione perché i campi elettrico e magnetico e le perdite che essi rappresentano sono distribuiti nel volume del cavo e uniformemente per tutta la sua lunghezza. Corrispondentemente R , L , G e C non sono *concentrati* in un definita sezione del cavo ma *distribuiti* uniformemente in tutta la sua lunghezza. Ha senso ed è opportuno quindi parlare di densità di induttanza, ossia di induttanza (oppure capacità, resistenza, conduttanza) per unità di lunghezza. Si definiscono allora le *costanti distribuite* del cavo

$$R_0 = \frac{R}{l}, \quad L_0 = \frac{L}{l}, \quad G_0 = \frac{G}{l}, \quad C_0 = \frac{C}{l} \quad (12)$$

dove l , ricordiamo, è piccola rispetto a λ . La definizione (12) stabilisce anche il procedimento operativo per determinare le costanti distribuite: l'induttanza per unità di lunghezza di un cavo è l'induttanza, misurabile ad esempio con un impedenziometro vettoriale, di uno spezzone di cavo corto divisa per la lunghezza dello spezzone.

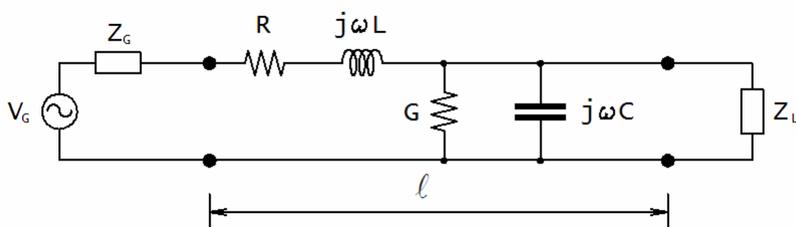


Figura 6 – Modello circuitale del collegamento fra un generatore ed un carico generico tramite un cavo corto rispetto alla lunghezza d'onda.

Nel caso di collegamento ad alta frequenza, in cui la lunghezza l del cavo non è piccola ma comparabile o addirittura superiore alla lunghezza d'onda λ , qual è il modello? Si può sempre pensare di suddividere l'intera lunghezza in delle frazioni δl corte rispetto a λ , cosicché il modello circuitale dell'intero cavo consiste nella cascata di celle come quelle in Fig. 6 o Fig. 7. L'analisi di un circuito tanto complesso sarebbe tuttavia estremamente onerosa e non ci permetterebbe di cogliere gli aspetti fondamentali e unificanti della fisica dei fenomeni coinvolti. Nel §2.3 forniremo la chiave di accesso e l'interpretazione di questi fenomeni.

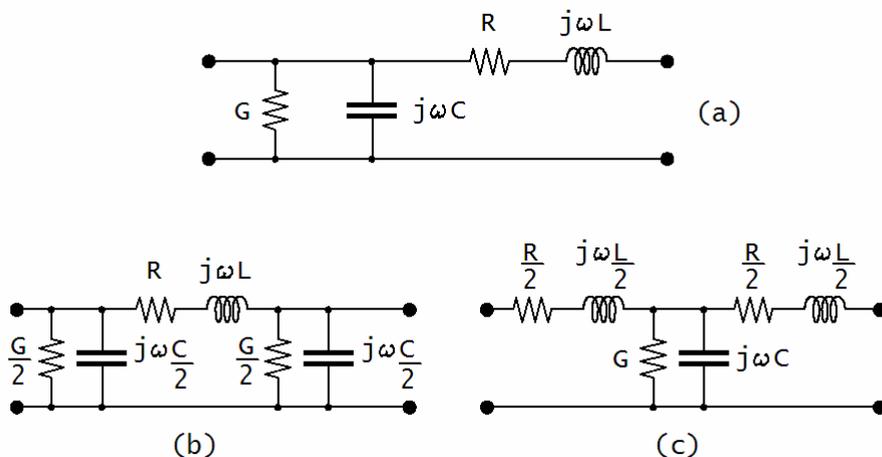


Figura 7 – Modelli circuitali equivalenti del collegamento fra un generatore ed un carico tramite un cavo corto rispetto alla lunghezza d'onda.

2.3 - Un circuito infinito

Consideriamo il circuito in Fig. 8, costituito dalla cascata di infinite celle elementari. Per la cella elementare abbiamo scelto la struttura rappresentata in Fig. 7 (c).

Il circuito è alimentato a sinistra da un generatore che imprime la tensione di circuito aperto V_G ed ha impedenza interna Z_G .

Trascuriamo per il momento le perdite, assumendo cioè $R = 0 \Omega$, $G = 0 S$. Le perdite di un cavo sono effettivamente piccole, e alle frequenze di interesse per questa analisi risulta senz'altro

$$\omega L \gg R, \quad \omega C \gg G \quad (13)$$

Terremo conto delle perdite alla conclusione della nostra trattazione, *perturbando* le equazioni che modellano tensione, corrente e potenza lungo il cavo in assenza di perdite per includerne l'effetto.

Ciascuna cella elementare rappresenta uno spezzone di cavo di lunghezza δl piccola rispetto a λ (ad esempio $\delta l \leq \lambda/20$). Quindi avremo

$$L = L_0 \delta l, \quad C = C_0 \delta l \quad (14)$$

Assumiamo che il cavo sia infinito, cioè di lunghezza l illimitata. Rimoveremo più avanti questa ipotesi. Essendo il cavo illimitato l'impedenza vista a destra di una qualsiasi sezione trasversale sarà la stessa e la chiameremo *impedenza caratteristica del cavo*, Z_0 .

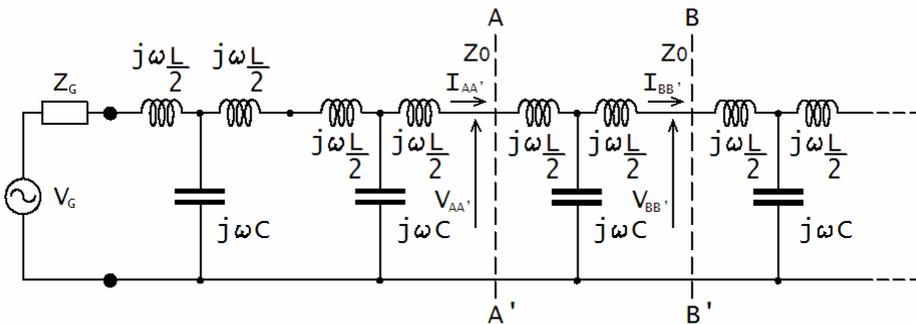


Figura 8 – Modello circuitale equivalente di un cavo di lunghezza infinita e composto dalla cascata di celle elementari come quella in Fig. 7(c).

Se sostituiamo l'impedenza Z_0 al tratto semi-infinito di cavo a valle della sezione B-B', a destra della sezione A-A' vedremo ancora Z_0 . Poniamo adesso per comodità

$$Z_s = j\omega L, \quad Z_p = \frac{1}{j\omega C} \quad (15)$$

Imponendo che a destra della sezione A-A' si veda Z_0 quando a valle della sezione B-B' si sostituisce Z_0 si ha

$$Z_0 = \frac{\left(Z_0 + \frac{Z_s}{2}\right)Z_p}{Z_0 + \frac{Z_s}{2} + Z_p} + \frac{Z_s}{2} \quad (16)$$

da cui l'equazione per Z_0

$$Z_0^2 - Z_s Z_p - \frac{Z_s^2}{4} = 0 \quad (17)$$

la cui soluzione è

$$Z_0 = \pm \sqrt{Z_s Z_p + \frac{Z_s^2}{4}} \quad (18)$$

La soluzione con il segno meno viene scartata in quanto, per valori reali della radice, darebbe luogo a una resistenza negativa che non ha alcun senso fisico. Scegliendo allora il segno più e sostituendo la (15) nella (18) si ottiene

$$Z_0 = \begin{cases} \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_T}\right)^2} & \text{per } f \leq f_T \\ j \sqrt{\frac{L}{C}} \sqrt{\left(\frac{f}{f_T}\right)^2 - 1} & \text{per } f > f_T \end{cases} \quad (19)$$

dove la frequenza caratteristica f_T è

$$f_T = \frac{1}{\pi \sqrt{LC}} \quad (20)$$

Dalla (19) risulta che l'impedenza caratteristica Z_0 per $f \leq f_T$ è una resistenza, mentre per $f > f_T$ è una pura reattanza induttiva. L'energia ceduta dal generatore al cavo sarà perciò dissipata per $f \leq f_T$, mentre sarà immagazzinata nel campo magnetico in una porzione di cavo prossima al generatore per $f > f_T$. Il fatto che un cavo ideale, privo di perdite, dissipi energia appare assurdo ragionando in termini di circuiti a costanti concentrate, mentre ha una spiegazione semplice nell'ambito dell'analisi a costanti distribuite. Vediamo allora di approfondire. Valutiamo in che rapporto stanno le tensioni e le correnti alle due sezioni di cavo consecutive A-A' e B-B'. Intanto osserviamo

che se $V_{AA'}$ e $I_{AA'}$ sono la tensione e la corrente entrante nella sezione di cavo A-A' allora $V_{AA'} = Z_0 I_{AA'}$ e lo stesso vale per tensione e corrente alla sezione B-B'. Si ha allora che

$$\frac{V_{AA'}}{V_{BB'}} = \frac{I_{AA'}}{I_{BB'}} \quad (21)$$

cioè il rapporto fra le tensioni a due sezioni successive è uguale a quello fra le correnti. Possiamo quindi limitare l'analisi alle tensioni ed estendere i risultati alle correnti. Dall'analisi del circuito in Fig. 8 abbiamo

$$V_{AA'} - \frac{V_{AA'} Z_s}{Z_0} = \frac{V_{BB'} Z_s}{Z_0} + V_{BB'} \quad (22)$$

da cui

$$\frac{V_{BB'}}{V_{AA'}} = \frac{Z_0 - \frac{Z_s}{2}}{Z_0 + \frac{Z_s}{2}} \quad (23)$$

Sostituendo la prima delle (15) e la (19) nella (23) si ottiene

$$\frac{V_{BB'}}{V_{AA'}} = \begin{cases} \left(\sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_T}\right)^2} - j \frac{f}{f_T} \right)^2 & \text{per } f \leq f_T \\ - \left(\frac{f}{f_T} - \sqrt{\left(\frac{f}{f_T}\right)^2 - 1} \right)^2 & \text{per } f > f_T \end{cases} \quad (24)$$

Analizziamo per primo il caso $f \leq f_T$. Il rapporto fra le tensioni ha ampiezza pari a 1 e passando da una sezione alla successiva la tensione subisce lo sfasamento in ritardo $\delta\phi$ dato da

$$\delta\phi = -2 \arctan \left(\frac{f/f_T}{\sqrt{1 - (f/f_T)^2}} \right) \quad (25)$$

Quindi

$$V_{BB'} = V_{AA'} e^{j\delta\phi} \quad (26)$$

Risultato identico vale per la corrente, cioè $I_{BB'} = I_{AA'} e^{j\delta\phi}$. Inoltre la potenza P che fluisce attraverso ciascuna sezione di cavo è costante e pari a

$$P = \frac{1}{2} \frac{|V_{AA'}|^2}{Z_0} = \frac{1}{2} Z_0 |I_{AA'}|^2 \quad (27)$$

In conclusione l'energia che il generatore fornisce al cavo viene ceduta all'estremo lontano del cavo. Si tratta di energia perduta perché consegnata dal generatore all'infinito tramite il cavo. Ciò si traduce in un'impedenza caratteristica Z_0 puramente resistiva. L'energia si *propaga* dal generatore all'infinito venendo passata dall'induttanza al condensatore successivo, procedendo verso destra, e dal condensatore all'induttanza successiva senza perdita di energia lungo il cammino. L'energia immagazzinata nelle induttanze bilancia perciò quella nei condensatori ed il cavo non ha né un comportamento prevalentemente induttivo né capacitivo, bensì resistivo. Di ciò diamo la dimostrazione analitica. Infatti la corrente che scorre negli induttori a cavallo della sezione A-A' è $V_{AA'}/Z_0$ quindi l'energia media in essi immagazzinata è

$$W_H = \frac{1}{4} L \frac{|V_{AA'}|^2}{Z_0^2} \quad (28)$$

La tensione ai capi del condensatore immediatamente a valle della sezione A-A' è $V_{AA'} [1 - Z_s/(2Z_0)]$, quindi l'energia media immagazzinata nel condensatore è

$$W_E = \frac{1}{4} C |V_{AA'}|^2 \frac{|Z_0 - Z_s/2|^2}{Z_0^2} \quad (29)$$

Ora, tenendo conto delle (19) e (20)

$$|Z_0 - Z_s/2|^2 = \frac{L}{C} \left(1 - \frac{f^2}{f_T^2}\right) + (\pi fL)^2 = \frac{L}{C} \quad (30)$$

quindi sostituendo la (30) nella (29) si ha

$$W_E = \frac{1}{4} C \frac{|V_{AA'}|^2}{Z_0^2} \frac{L}{C} = W_H \quad (31)$$

come volevasi dimostrare.

Analizziamo adesso il caso $f > f_T$. Il rapporto fra le tensioni o le correnti ai capi di sezioni successive è dato dalla seconda delle (24) ed è negativo e di ampiezza minore di uno. Quindi tensione e corrente subiscono un rovesciamento di fase passando da una sezione alla successiva e, cosa più importante, si riducono di ampiezza. Ne segue che procedendo lungo il cavo verso destra avremo una distanza dal generatore oltre la quale tensione e corrente saranno di ampiezza trascurabile. L'attenuazione con la distanza sarà

poi tanto maggiore quanto più alta è la frequenza. Se ne deduce che l'energia che il generatore cede al cavo rimane essenzialmente confinata in uno spezzone di cavo prossimo al generatore e tanto più corto quanto più elevata è la frequenza. Si tratta di energia spesa per formare un campo reattivo di carattere induttivo. È infatti possibile, anche se un po' laborioso, dimostrare che $W_H > W_E$. Ciò si riflette in un'impedenza caratteristica Z_0 puramente reattiva e con reattanza induttiva.

È interessante osservare che se si sceglie la soluzione della (18) con il segno meno allora: per $f \leq f_T$ il rapporto fra tensioni o correnti ai capi di sezioni successive procedendo verso destra ha ampiezza pari a uno ma fase di segno opposto rispetto alla (25), mentre per $f > f_T$ il rapporto ha ampiezza maggiore di uno e la fase subisce un rovesciamento. Questa soluzione corrisponde quindi al caso di energia che si propaga da destra a sinistra e va scartata perché non ha senso fisico nel caso qui analizzato, in cui il generatore è a sinistra e la linea è infinita. È confermato allora che la scelta della soluzione con il segno più è quella corretta nel caso rappresentato in Fig. 8. La soluzione col segno meno, corrispondente al caso di energia che fluisce da destra verso sinistra, è ammissibile e tornerà in gioco quando considereremo, più avanti, il caso di linea di lunghezza finita chiusa su un carico diverso dall'impedenza caratteristica.

Se si rappresenta in un grafico l'ampiezza del rapporto fra tensioni o correnti di sezioni adiacenti in funzione della frequenza si ottiene quanto illustrato in Fig. 9.

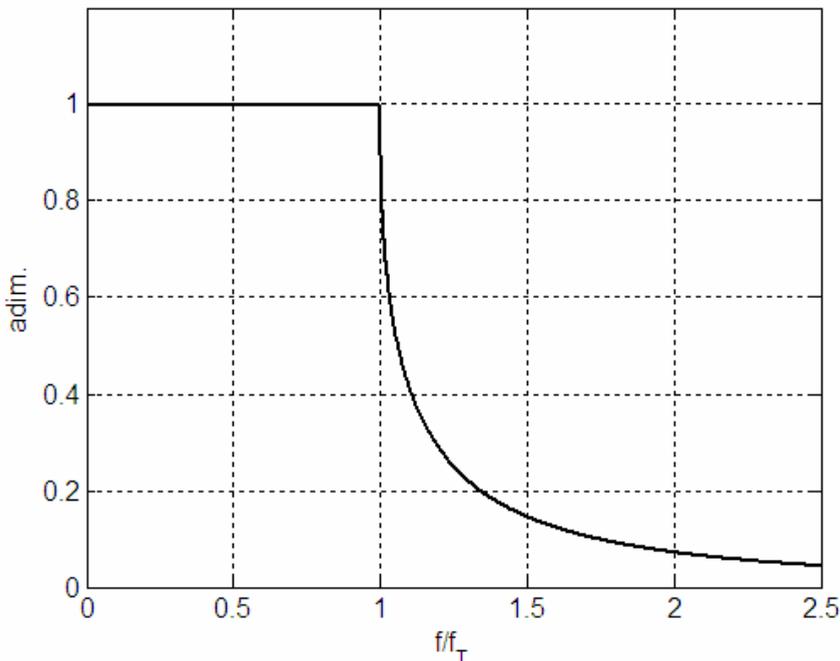


Figura 9 – Andamento in frequenza dell'ampiezza del rapporto fra tensioni, oppure correnti, di sezioni successive.

L'ampiezza del rapporto vale uno fino alla frequenza caratteristica f_T e poi decresce al crescere di f sopra ad f_T , asintoticamente come $1/f^2$. Nel caso di sezioni non successive la rapidità della decrescita sarà tanto maggiore quanto maggiore è il numero di celle elementari comprese fra le sezioni. Ad esempio nel caso di tre celle comprese fra le sezioni di ingresso e di uscita l'ampiezza del rapporto di tensione o corrente decresce come $1/f^6$. Osserviamo che la struttura analizzata è in sostanza quella di un filtro passa-basso. Maggiore è il numero di celle che compone il filtro più ripido è il suo fianco oltre la frequenza caratteristica f_T . Il filtro si può realizzare sostituendo l'impedenza caratteristica Z_0 al tratto semi-infinito di cavo a valle di una certa sezione. Ovviamente è impossibile sintetizzare un'impedenza Z_0 il cui comportamento è esattamente quello descritto dalle (19) tuttavia se ne può ottenere un'approssimazione soddisfacente mediante i valori asintotici della (19) per frequenza zero e frequenza infinita, ossia $Z_0 \approx \sqrt{L/C} + j\omega L/2$.

Abbiamo visto che i parametri L e C sono distribuiti uniformemente lungo il cavo, ogni sezione di cavo anche di lunghezza infinitesima possiede un'infinitesima quantità di induttanza e di capacità. Nel §2.4 vedremo come da questa considerazione e dal modello del circuito infinito qui sviluppato si arrivi alla propagazione per onde nel cavo.

2.4 - La propagazione nei cavi

Ogni sezione di cavo di lunghezza infinitesima possiede una induttanza ed una capacità anch'esse infinitesime. Se facciamo δl arbitrariamente piccolo, cioè $\delta l \rightarrow 0$ (δl tendente a zero) dalle (14), (19) e (20) segue che:

$$f_T \rightarrow \infty \quad (32)$$

$$Z_0 \rightarrow \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \quad (33)$$

e infine dalla (25)

$$\delta\phi \rightarrow -\omega\sqrt{L_0C_0}\delta l \quad (34)$$

Quindi effettivamente la frequenza caratteristica f_T tende ad essere infinitamente grande, l'impedenza caratteristica Z_0 è una resistenza, lo sfasamento $\delta\phi$ lungo il cavo procedendo verso destra è in ritardo e proporzionale alla frequenza ed alla lunghezza di cavo. Per brevità si usa porre

$$\beta = \omega\sqrt{L_0C_0} \quad (35)$$

dove β è detta *costante di fase* (o *numero d'onda*). Quindi sostituendo la (35) nella (34) si ha

$$\delta\phi \rightarrow -\beta\delta l \quad (36)$$

Si veda la Fig. 10. Si definisce un riferimento di posizione lungo il cavo mediante l'ascissa x , che vale zero ai terminali di ingresso del cavo e cresce andando verso destra. Allora la tensione lungo la linea alla generica sezione distante x è data, per la (26), da

$$V(x) = V^+ e^{-j\beta x} \quad (37)$$

mentre la corrente lungo la linea è

$$I(x) = \frac{V(x)}{Z_0} = \frac{V^+}{Z_0} e^{-j\beta x} \quad (38)$$

L'ampiezza complessa V^+ si determina con la seguente equazione valida ai terminali del generatore

$$V(0) = V^+ = V_G \frac{Z_0}{Z_G + Z_0} \quad (39)$$

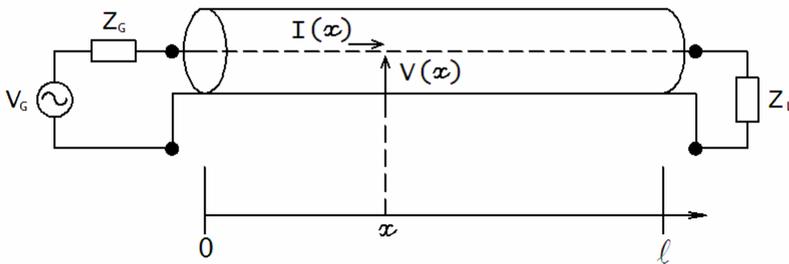


Figura 10 – Rappresentazione schematica di un cavo coassiale alimentato a sinistra da un generatore di tensione e chiuso a destra su di un carico.

Soffermiamoci ora sulla (37). Questa equazione ci dice che la tensione lungo la linea ha ampiezza costante $|V^+|$ e che subisce un ritardo di fase procedendo verso destra proporzionale alla lunghezza di cavo ed alla frequenza. Ricaviamo l'espressione della tensione in funzione del tempo, oltre che della posizione, $v(t, x)$. Posto

$$V^+ = |V^+| e^{j\varphi^+} \quad (40)$$

abbiamo

$$v(t, x) = |V^+| \cos(\omega t - \beta x + \varphi^+) \quad (41)$$

Se facciamo un'analogia la tensione, ad una fissata sezione x , oscilla come un'imbarcazione ancorata spinta su e giù dalle onde. Immaginiamo che un passeggero sull'imbarcazione veda le onde muoversi lungo x e cerchiamo di rispondere alle seguenti tre domande: 1) Qual è la distanza fra due creste d'onda successive? 2) Qual è il verso di spostamento delle onde? c) Con quale velocità si spostano le onde?

Per rispondere alla prima domanda si tratta di scattare una fotografia della superficie del mare ad un certo istante e misurare, sull'immagine, la distanza fra le creste d'onda. La cresta dell'onda si ha in corrispondenza di quelle sezioni per cui, per t fissato, l'argomento del coseno è un multiplo intero di 2π . Quindi due creste successive si trovano in corrispondenza delle sezioni x_1 ed x_2 (con $x_1 < x_2$) che soddisfano le seguenti equazioni

$$\begin{aligned} \omega t - \beta x_1 + \varphi^+ &= (n+1)2\pi \\ \omega t - \beta x_2 + \varphi^+ &= n2\pi \end{aligned} \quad (42)$$

dove n è un qualsiasi numero intero. Sottraendo dalla prima equazione la seconda si ha

$$x_2 - x_1 = \frac{2\pi}{\beta} \quad (43)$$

La distanza fra creste successive (ma anche fra ventri successivi e più in generale il periodo spaziale con cui si ripete l'onda) è per definizione la *lunghezza d'onda* λ , che quindi è data da

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (44)$$

Si noti che sostituendo la (35) nella (44) si ottiene

$$\lambda = \frac{1}{f} \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \quad (45)$$

quindi maggiore è la frequenza, minore è la lunghezza d'onda. Si è così risposto alla prima domanda.

Veniamo alla seconda domanda: qual è il verso di spostamento delle creste? Il verso di spostamento sarà quello per cui, al crescere del tempo, l'argomento del coseno nella (41) rimane costante. È evidente, dalla (41), che per mantenere costante l'argomento del coseno per t che cresce occorre che x aumenti. Quindi l'onda si sposta verso le x crescenti, cioè verso destra.

Infine la terza domanda: qual è la velocità di spostamento dell'onda? Basta ricordare che, nell'analogia dell'imbarcazione ancorata, l'intervallo di tempo T fra due successivi sollevamenti (creste) dell'imbarcazione è il reciproco T della frequenza f , ossia

$$T = \frac{1}{f} \quad (46)$$

ma la distanza fra le creste è la lunghezza d'onda λ . Quindi la velocità v di spostamento delle creste sarà semplicemente data da spazio su tempo, cioè

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad (47)$$

Sostituendo la (45) nella seconda uguaglianza della (47) si trova

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \quad (48)$$

Facciamo un inciso. Si vedrà nel capitolo III, dedicato alle espressioni analitiche ed al dimensionamento delle linee di trasmissione, che $L_0 C_0 = \varepsilon \mu$, dove ε è la permittività e μ è la permeabilità dell'isolante (è sempre $\mu = \mu_0$, la permeabilità magnetica del vuoto). Quindi la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche nel cavo dipende dalle caratteristiche elettriche dell'isolante, così come la velocità di propagazione delle onde acustiche nell'acqua dipende dalla densità e dal modulo di elasticità dell'acqua.

Riprendiamo ricordando, dalla (33), che

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \quad (49)$$

e tenendo conto anche della (48) vediamo che la coppia di costanti primarie del cavo, induttanza per unità di lunghezza L_0 e capacità per unità di lunghezza C_0 , è in relazione biunivoca con la coppia di *costanti secondarie* velocità di propagazione v e impedenza caratteristica Z_0 . In particolare si possono invertire le relazioni fra le costanti primarie e secondarie ottenendo

$$L_0 = \frac{Z_0}{v} \quad (50)$$

e

$$C_0 = \frac{1}{Z_0 v} \quad (51)$$

Veniamo adesso al prossimo passo: che succede quando il cavo ha una lunghezza finita ed è chiuso a destra su di un carico generico? Questo è l'oggetto del §2.5.

2.5 - Tensione e corrente nei cavi alle alte frequenze

Torniamo allora alla situazione rappresentata in Fig. 10. Nel caso particolare (quello però di gran lunga più comune nelle applicazioni) in cui il carico ha impedenza $Z_L = Z_0$ tensioni e correnti lungo il cavo sono date dalla (37), (38) e (39). Si tratta di onde che si propagano dal generatore al carico (da sinistra a destra) esattamente come in un cavo di lunghezza infinita. Si dice in questo caso che il cavo è chiuso su *carico adattato*. Se il cavo è invece chiuso su di un'impedenza diversa da quella caratteristica, cioè su un *carico disadattato*, l'onda che inciderà sul carico sarà in parte riflessa ed in parte assorbita. Se vogliamo rifarci ad un'analogia l'impedenza caratteristica è per le onde elettriche come una lunga spiaggia per le onde del mare. All'opposto, un molo che fronteggia le onde con una parete verticale corrisponde invece al caso di un'impedenza elettrica che riflette completamente le onde, senza niente assorbire. L'onda che, riflessa, si propaga dal carico verso il generatore sarà espressa dalla seguente forma matematica

$$V^- e^{+j\beta x} \quad (52)$$

Si noti che rispetto al caso dell'onda che si propaga da sinistra a destra, al secondo membro della (37) è cambiata l'ampiezza complessa, da V^+ a V^- , ed anche il segno dell'esponente di e . Il segno invertito dell'esponente corrisponde al fatto che l'onda riflessa si propaga da destra verso sinistra². Per quanto riguarda l'onda di corrente avremo

$$-\frac{V^-}{Z_0} e^{-j\beta x} \quad (53)$$

Si noti il segno meno che precede l'ampiezza complessa dell'onda. Esso corrisponde al fatto che l'onda di corrente che si muove dal carico verso il generatore ha verso opposto rispetto a quello positivo convenzionale, da sinistra a destra (si veda la Fig. 10).

Riassumendo, la tensione e la corrente lungo la linea saranno il risultato della sovrapposizione di un'onda *diretta*, che si propaga dal generatore verso il carico, date dal secondo membro della (37) e della (38), e di un'onda *inversa*, che si propaga dal carico

² Basta ripetere i ragionamenti successivi alla (41) cambiando il segno meno con il segno più e si giunge a questa conclusione.

al generatore e date dalla (52) e dalla (53). Avremo allora le equazioni generali delle tensioni e delle correnti lungo il cavo, a qualsiasi sezione x

$$V(x) = V^+ e^{-j\beta x} + V^- e^{j\beta x} \quad (54)$$

$$I(x) = \frac{V^+}{Z_0} e^{-j\beta x} - \frac{V^-}{Z_0} e^{j\beta x} \quad (55)$$

Definiamo a questo punto una grandezza ausiliaria e molto utile che è il *coefficiente di riflessione*, $\Gamma(x)$, dato dal rapporto fra l'onda inversa e l'onda diretta ad una generica sezione

$$\Gamma(x) = \frac{V^- e^{j\beta x}}{V^+ e^{-j\beta x}} = \frac{V^-}{V^+} e^{2j\beta x} \quad (56)$$

Il coefficiente di riflessione è zero se $Z_L = Z_0$ ($V^- = 0V$ in questo caso). Ora, se si tiene conto del fatto che

$$\frac{V(l)}{I(l)} = Z_L \quad (57)$$

e si sostituiscono nella (57) le (54) e (55) valutate in $x = l$ si scopre, dopo qualche passaggio matematico, che

$$Z_L = Z_0 \frac{1 + \Gamma(l)}{1 - \Gamma(l)} \quad (58)$$

dove

$$\Gamma(l) = \frac{V^-}{V^+} e^{2j\beta l} = \Gamma_L \quad (59)$$

Invertendo la (58) si determina il coefficiente di riflessione del carico Γ_L , cioè il rapporto fra onda inversa e diretta in corrispondenza del carico, in funzione di Z_L e di Z_0 , ossia

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (60)$$

Osserviamo poi che sostituendo la (58) e (59) nella (56) si ottiene

$$\Gamma(x) = \Gamma_L e^{2j\beta(x-l)} \quad (61)$$

Consideriamo adesso l'espressione (60) del coefficiente di riflessione del carico. Si noti che se il carico è adattato allora $\Gamma_L = 0$, se è un corto-circuito allora $\Gamma_L = -1$, se è un circuito-aperto $\Gamma_L = +1$. Se in generale $Z_L = R_L + jX_L$ allora l'ampiezza di Γ_L è

$$|\Gamma_L| = \frac{\sqrt{(R_L - Z_0)^2 + X_L^2}}{\sqrt{(R_L + Z_0)^2 + X_L^2}} \quad (62)$$

È evidente dalla (62) che l'ampiezza di Γ_L è, per qualunque carico, minore od uguale a 1. In particolare l'ampiezza vale uno oltre che nel caso di corto-circuito e di circuito-aperto anche nel caso di carico puramente reattivo³, cioè $Z_L = jX_L$. Tali impedenze si comportano per l'onda elettromagnetica come la parete verticale del molo per le onde del mare. Si noti poi, si veda la (61), che lungo tutto il cavo $|\Gamma(x)|$ è costante e pari a $|\Gamma_L|$.

Se nelle (54) e (55) si mette in evidenza il primo termine a destra dell'uguale si ottiene subito che (si usa anche la (56))

$$V(x) = V^+ e^{j\beta x} [1 + \Gamma(x)] \quad (63)$$

$$I(x) = \frac{V^+}{Z_0} e^{j\beta x} [1 - \Gamma(x)] \quad (64)$$

Focalizziamo adesso la nostra attenzione sulla (63). Se sostituiamo la (61) nella (63) e facciamo i necessari passaggi matematici si ottiene che l'ampiezza della tensione lungo la linea è

$$|V(x)| = |V^+| \sqrt{1 + |\Gamma_L|^2 + 2|\Gamma_L| \cos[2\beta(x-l) + \angle\Gamma_L]} \quad (65)$$

dove con $\angle\Gamma_L$ si è indicata la fase di Γ_L . Il termine a destra della (65) oscilla fra il valore minimo

$$|V^+|(1 - |\Gamma_L|) \quad (66)$$

ed il valore massimo

$$|V^+|(1 + |\Gamma_L|) \quad (67)$$

³ Di fatto il corto-circuito ed il circuito-aperto reali sono impedenze quasi puramente reattive, trattandosi di una piccola induttanza e di una piccola capacità, rispettivamente. Quindi si può dire semplicemente che $|\Gamma_L| = 1$ per i carichi reattivi, includendo fra questi anche il corto e l'aperto.

La spiegazione della (65) è semplice. L'onda diretta e l'onda inversa danno luogo ad un fenomeno di interferenza lungo il cavo sommandosi in fase in certe sezioni (interferenza costruttiva) ed in contro-fase in altre (interferenza distruttiva). I minimi ed i massimi dell'ampiezza della tensione lungo il cavo sono allora dati dalle (66) e (67) rispettivamente e si alternano ogni $\lambda/4$. Il rapporto fra l'ampiezza del massimo e l'ampiezza del minimo della tensione lungo il cavo è detto *rapporto d'onda stazionaria*, o brevemente *ROS*, ed è dato da

$$ROS = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} \quad (68)$$

ROS è maggiore od uguale ad uno, e vale uno solo nel caso in cui il cavo è chiuso su carico adattato (caso in cui $\Gamma_L = 0$). Per il carico puramente reattivo il *ROS* è infinito. Il rapporto d'onda stazionaria è spesso impiegato, al posto del coefficiente di riflessione, per quantificare lo scostamento fra l'impedenza di un carico e l'impedenza caratteristica, in particolare quando si ha a che fare con piccoli disadattamenti, cioè con terminazioni, attenuatori, connettori e transizioni. Questo perché i valori di $|\Gamma_L|$ compresi fra zero ed uno vengono espansi in valori di *ROS* fra uno ed infinito e quindi piccoli scostamenti da zero di $|\Gamma_L|$ si traducono in ampie variazioni di *ROS* sopra ad uno. Due terminazioni che in termini di $|\Gamma_L|$ sono poco distinguibili hanno *ROS* (e quindi qualità e costo, a parità delle altre caratteristiche) significativamente diverso.

Torniamo alle (63) e (64). Se ne facciamo il rapporto per determinare l'impedenza $Z(x)$ vista a destra di ogni generica sezione x abbiamo

$$Z(x) = Z_0 \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)} \quad (69)$$

sostituendo poi la (61) nella (69) e valutando in $x=0$ si ottiene dopo alcuni passaggi l'impedenza d'ingresso del cavo $Z_{in} = Z(0)$

$$Z_{in} = \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta l)} Z_0 \quad (70)$$

Ci limitiamo ad osservare che l'impedenza di ingresso del cavo subisce una drastica trasformazione rispetto a quanto ci si aspetterebbe ragionando in termini di basse frequenze (cioè per $\beta l \rightarrow 0$), caso in cui l'impedenza d'ingresso e l'impedenza di carico coincidono. Tutto diventa semplice se l'impedenza di carico è uguale all'impedenza caratteristica, infatti in questo caso $Z_{in} = Z_0$, qualsiasi sia la frequenza e la lunghezza della linea. Riprenderemo in considerazione più avanti la (70) per casi particolari dell'impedenza di carico.

Elaboriamo ancora le (63) e (64). L'ampiezza complessa V^+ dell'onda diretta è ancora indeterminata. Per determinare V^+ si impone che

$$V_G - V(0) = Z_G I(0) \quad (71)$$

sostituendo nella (71) le (61), (63) e (64) valutate in $x = 0$, si ottiene dopo passaggi

$$V^+ = \frac{1 - \Gamma_G}{1 - \Gamma_G \Gamma_L} \frac{V_G}{2} e^{-2j\beta l} \quad (72)$$

dove Γ_G è il coefficiente di riflessione del generatore, cioè

$$\Gamma_G = \frac{Z_G - Z_0}{Z_G + Z_0} \quad (73)$$

Sostituendo la (72) e la (61) nelle (63) e (64) si ha

$$V(x) = \frac{1 - \Gamma_G}{1 - \Gamma_G \Gamma_L} \frac{V_G}{2} e^{-j\beta x} \left[1 + \Gamma_L e^{2j\beta(x-l)} \right] \quad (74)$$

$$I(x) = \frac{1 - \Gamma_G}{1 - \Gamma_G \Gamma_L} \frac{V_G}{2Z_0} e^{-j\beta x} \left[1 - \Gamma_L e^{2j\beta(x-l)} \right] \quad (75)$$

Grazie alle (74) e (75), date le costanti primarie (o secondarie) e la lunghezza del cavo specificato il generatore ed il carico è possibile prevedere tensione e corrente in ogni sezione x della linea. Molto spesso tuttavia l'interesse si limita a prevedere la tensione sul carico, cioè $V(l)$, che è data da (si pone $x = l$ nella (74))

$$V(l) = \frac{1 - \Gamma_G}{1 - \Gamma_G \Gamma_L} \frac{V_G}{2} e^{-j\beta l} (1 + \Gamma_L) \quad (76)$$

Per quanto riguarda le espressioni (74), (75) e (76) facciamo rilevare la loro complessità ed il fatto che per frequenza tendente a zero si riducono alle corrispondenti molto più familiari dell'elettrotecnica, per cui il collegamento fra carico e generatore è in effetti considerato un corto-circuito (o un nodo, nel linguaggio della topologia dei circuiti). Lasciamo al lettore questa verifica.

Malgrado la complessità daremo, nel §2.6, una interpretazione fisica intuitiva alla (76).

2.6 - Riflessioni multiple

Come è noto l'analisi dei circuiti a regime sinusoidale è formalmente identica all'analisi dei circuiti in corrente continua e contenenti esclusivamente batterie e resistori. La maggiore difficoltà del primo caso rispetto al secondo sta nell'impiego dei numeri

complessi anziché i reali ma, a parte questo aspetto, l'analisi dei circuiti procede allo stesso modo nei due casi. In questo paragrafo sfrutteremo a piene mani questa corrispondenza formale fra circuiti resistivi alimentati in continua e circuiti a regime sinusoidale.

Si immagini di chiudere, ad un certo istante, un generatore che imprime la tensione a vuoto V_G , e di impedenza interna Z_G , su un cavo di lunghezza l a cui è connesso, all'estremo opposto, un carico di impedenza Z_L . Assumiamo, come rappresentato in Fig. 10, che il generatore si trovi a sinistra ed il carico a destra del cavo. Nell'istante in cui il generatore viene chiuso sul cavo l'onda di tensione che lascia il generatore non può altro che ritenere che il cavo ha lunghezza infinita. Infatti l'onda impiega un certo tempo⁴ a raggiungere l'estremo destro del cavo dove è collocato il carico e fino al compimento di questo intervallo di tempo l'onda non ha modo di accorgersi della presenza del carico. L'onda di tensione che lascia il generatore avrà perciò ampiezza

$$V_G \frac{Z_0}{Z_G + Z_0} \quad (77)$$

Per via dello sfasamento prodotto dal cavo la *prima onda di tensione diretta* che raggiunge il carico avrà ampiezza V_1^+ data da

$$V_1^+ = V_G \frac{Z_0}{Z_G + Z_0} e^{-j\beta l} \quad (78)$$

che può essere riscritta come

$$V_1^+ = \frac{V_G}{2} (1 - \Gamma_G) e^{-j\beta l} \quad (79)$$

Giunta sul carico l'onda di tensione proveniente dal generatore viene in parte riflessa e la porzione che torna verso il generatore, cioè la *prima onda di tensione inversa* V_1^- , ha ampiezza⁵

$$V_1^- = V_1^+ \Gamma_L \quad (80)$$

Alla sezione $x = l$ si sommeranno allora V_1^+ e V_1^- , dando luogo perciò a

$$V_1^+ + V_1^- = V_1^+ (1 + \Gamma_L) \quad (81)$$

⁴ L'onda si propaga a velocità v ed impiegherà il tempo $t_d = l/v$ per andare dall'estremo destro a quello sinistro o viceversa.

⁵ Qui come nel seguito si intende "ampiezza complessa".

L'onda riflessa di ampiezza V_1^- raggiungerà il generatore subendo lo sfasamento $e^{-j\beta l}$, in parte si rifletterà, e l'onda di tensione di ampiezza $V_1^- e^{-j\beta l} \Gamma_G$ si rimetterà in cammino verso il carico subendo un ulteriore sfasamento $e^{-j\beta l}$ quando giunge a destinazione. Sul carico arriverà perciò la *seconda onda di tensione diretta*, di ampiezza V_2^+ dove

$$V_2^+ = V_1^- e^{-2j\beta l} \Gamma_G \quad (82)$$

La *seconda onda di tensione inversa* di ampiezza V_2^- , dove

$$V_2^- = V_2^+ \Gamma_L \quad (83)$$

ripartirà quindi verso il generatore. A questo punto alla sezione $x=l$ si sommano i seguenti contributi: la prima onda di tensione diretta e inversa e la seconda onda di tensione diretta e inversa, cioè

$$(V_1^+ + V_1^-) + (V_2^+ + V_2^-) = (V_1^+ + V_2^+) (1 + \Gamma_L) \quad (84)$$

Nel passare da sinistra a destra dell'uguaglianza in (84) si sono sfruttate le (80) e (83). Si noti poi che, sostituendo la (80) nella (82)

$$V_2^+ = V_1^+ e^{-2j\beta l} \Gamma_G \Gamma_L \quad (85)$$

Ragionando per induzione è facile concludere, dalla (84), che

$$V(l) = (1 + \Gamma_L) \sum_{n=1}^{\infty} V_n^+ \quad (86)$$

dove, per la (85),

$$V_n^+ = V_{n-1}^+ e^{-2j\beta l} \Gamma_G \Gamma_L \quad (87)$$

Procedendo a ritroso per n decrescente dalla (87) si deduce subito che

$$V_n^+ = V_1^+ e^{-(n-1)(2j\beta l)} (\Gamma_G \Gamma_L)^{(n-1)} \quad (88)$$

per $n = 1, 2, 3, \dots$, e sostituendo la (88) nella (86) si ottiene

$$V(l) = (1 + \Gamma_L) V_1^+ \sum_{n=0}^{\infty} (e^{-2j\beta l} \Gamma_G \Gamma_L)^n \quad (89)$$

Ora, la sommatoria nella (89) è una serie geometrica di ragione $q = e^{-2j\beta l} \Gamma_G \Gamma_L$ che converge a $1/(1-q)$. Quindi si ha

$$V(l) = (1 + \Gamma_L) V_1^+ \frac{1}{1 - e^{-2j\beta l} \Gamma_G \Gamma_L} \quad (90)$$

Si noti adesso che se si sostituisce la (79) nella (90) si ritrova la (76). L'interpretazione fisica dei termini nella (90) è, a questo punto, immediata. V_1^+ è la prima onda di tensione diretta che giunge al carico. Se il carico fosse adattato sarebbe l'unico termine che contribuisce a $V(l)$. Se il carico è disadattato al termine V_1^+ si somma il termine $V_1^+ \Gamma_L$, cioè la prima onda di tensione inversa, e se il generatore è adattato al cavo allora questi sono gli unici termini che contribuiscono a $V(l)$. Se sia il generatore che il carico sono disadattati la somma fra la prima onda di tensione diretta e la prima onda di tensione inversa viene moltiplicata per il termine $1/(1 - e^{-2j\beta l} \Gamma_G \Gamma_L)$ che tiene conto delle infinite *riflessioni multiple* fra generatore e carico. L'effetto delle riflessioni multiple dipende dal prodotto $\Gamma_G \Gamma_L$ e quindi è trascurabile se sia il generatore che il carico sono ben adattati. Viceversa se il disadattamento è significativo il fenomeno delle riflessioni multiple dà luogo ad una fluttuazione, dipendente dalla frequenza, della tensione sul carico. Se, come avviene in pratica, si conosce soltanto una stima dell'ampiezza di $\Gamma_G \Gamma_L$, di tale fluttuazione si può dare una valutazione in termini di rapporto fra valore massimo e valore minimo, dato da

$$\frac{1 + |\Gamma_G \Gamma_L|}{1 - |\Gamma_G \Gamma_L|} \quad (91)$$

2.7 - Potenza

La potenza media P che fluisce attraverso una generica sezione x del cavo è data da

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ V(x) \bar{I}(x) \} \quad (92)$$

dove $\operatorname{Re}\{\cdot\}$ estrae la parte reale dell'argomento, e la sopra-segnatura indica il complesso coniugato. Sostituendo le (63), (64) e (61) nella (92) otteniamo

$$P = \frac{1}{2} \frac{|V^+|^2}{Z_0} (1 - |\Gamma_L|^2) \quad (93)$$

Si noti che la potenza non dipende dalla posizione x . Questo perché si è assunto che il cavo è privo di perdite e quindi non assorbe potenza: tutta la potenza P è assorbita dal carico. Vedremo più avanti come si modifica l'espressione della potenza quando si tiene conto delle perdite. Osserviamo poi che alla (93) può essere data una semplice interpretazione fisica. Posto P^+ la *potenza diretta* dal generatore al carico e P^- la *potenza inversa* riflessa dal carico verso il generatore abbiamo

$$P^+ = \frac{1}{2} \frac{|V^+|^2}{Z_0}, \quad P^- = P^+ |\Gamma_L|^2 \quad (94)$$

e quindi

$$P = P^+ - P^- \quad (95)$$

cioè la potenza assorbita dal carico è la differenza fra quella diretta e quella inversa.

Sostituiamo adesso nella (93) la (72), si ottiene dopo alcuni passaggi

$$P = P_D (1 - |\Gamma_G|^2) (1 - |\Gamma_L|^2) \frac{1}{|1 - \Gamma_G \Gamma_L e^{-2j\beta l}|^2} \quad (96)$$

dove

$$P_D = \frac{1}{8} \frac{|V_G|^2}{R_G} \quad (97)$$

è la potenza disponibile del generatore (si è posto $Z_G = R_G + jX_G$). È facile riconoscere i seguenti termini: $P_D (1 - |\Gamma_G|^2)$ è la porzione di potenza disponibile che il generatore lancia nel cavo (la potenza della prima onda diretta), $P_D (1 - |\Gamma_G|^2) (1 - |\Gamma_L|^2)$ è la porzione di potenza lanciata che viene assorbita dal carico (potenza ceduta al carico dalla prima onda diretta), l'ultimo termine $1/|1 - \Gamma_G \Gamma_L e^{-2j\beta l}|^2$ tiene conto, infine, delle riflessioni multiple fra generatore e carico.

2.8 - Le inevitabili perdite

Parte dell'energia disponibile per la trasmissione dei segnali nei cavi viene purtroppo dissipata per via delle inevitabili perdite nei conduttori e nell'isolante che li tiene separati. In termini delle costanti primarie del cavo per tener conto delle perdite si deve reintrodurre la resistenza per unità di lunghezza R_0 (perdite nei conduttori) e la conduttanza per unità di lunghezza G_0 (perdite nell'isolante). Per ragioni fisiche fondamentali

i parametri R_0 e G_0 dipendono dalla frequenza, in particolare crescono al crescere della frequenza: approssimativamente R_0 cresce come \sqrt{f} e G_0 cresce proporzionalmente ad f .

Le perdite nei cavi sono piccole e, al primo ordine, le costanti secondarie velocità di propagazione v e impedenza caratteristica Z_0 rimangono immutate rispetto al caso in cui si trascurano le perdite. L'unica modifica significativa riguarda la costante di fase: al posto di $j\beta$ che compare nell'esponente degli esponenziali occorre sostituire $\gamma = \alpha + j\beta$, dove compare il termine reale α che rappresenta le perdite ed è in relazione con le costanti primarie come segue

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{R_0}{Z_0} + G_0 Z_0 \right) \quad (98)$$

La costante di fase rimane immutata rispetto al caso di assenza di perdite, cioè $\beta = \omega \sqrt{L_0 C_0}$. Quindi, in particolare, le equazioni per le tensioni e correnti (54) e (55), (63) e (64), (74) e (75), e l'equazione per il coefficiente di riflessione (61) possono essere impiegate nel caso in cui si voglia tener conto delle perdite a patto di sostituire $j\beta$ con γ nell'esponente degli esponenziali. L'equazione per l'impedenza (69) rimane immutata nel caso con perdite. La (70), per l'impedenza d'ingresso, deve essere invece modificata tenendo conto che

$$j \tan(\beta l) = \tanh(j\beta l) \quad (99)$$

dove $\tanh(z)$ indica la tangente iperbolica. Se poi si sostituisce $j\beta$ con γ si ottiene

$$Z_{in} = \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_L \tanh(\gamma l)} Z_0 \quad (100)$$

che è l'equazione valida anche nel caso in cui non si trascurano le perdite.

Si prenda ora in considerazione la (61) per il coefficiente di riflessione. Riadattata al caso con perdite e valutata in ingresso al cavo ($x = 0$) si ottiene

$$\Gamma(0) = \Gamma_L e^{-2j\beta l} e^{-2\alpha l} \quad (101)$$

Per via del termine $e^{-2\alpha l}$ il coefficiente di riflessione all'ingresso del cavo ha ampiezza inferiore del coefficiente di riflessione del carico. Questo vuol dire che il generatore vede un carico meno disadattato di quanto non lo veda il cavo guardando all'uscita. Cioè le perdite tendono ad adattare. Non è necessario perciò un cavo di lunghezza infinita per vedere al suo ingresso l'impedenza caratteristica. Bensì occorre un cavo sufficientemente lungo, anche lasciato aperto a destra, affinché l'onda riflessa che torna al generatore sia tanto attenuata dalle perdite da poter essere trascurata rispetto all'onda lanciata.

Per quanto riguarda la potenza che fluisce attraverso la sezione x abbiamo (tralasciamo la dimostrazione)

$$P(x) = \frac{1}{2} \frac{|V^+|^2}{Z_0} e^{-2\alpha x} \left(1 - |\Gamma_L|^2 e^{-4\alpha(l-x)} \right) \quad (102)$$

dove $|V^+|$ è dato dalla (72) con γ al posto di $j\beta$. La potenza che fluisce lungo il cavo dipende adesso dalla posizione perché parte della potenza diretta dal generatore al carico e parte della potenza inversa riflessa dal carico verso il generatore viene dissipata dalla linea: $P(0) - P(l)$ è infatti la potenza dissipata dal cavo.

Si può interpretare la (102) in modo analogo alla (93). Posto $P^+(x)$ la potenza diretta dal generatore al carico e $P^-(x)$ la potenza inversa riflessa dal carico verso il generatore entrambe valutate alla sezione x , si ha

$$P^+(x) = \frac{1}{2} \frac{|V^+|^2}{Z_0} e^{-2\alpha x}, \quad P^-(x) = P^+(x) |\Gamma_L|^2 e^{-4\alpha(l-x)} \quad (103)$$

e quindi

$$P(x) = P^+(x) - P^-(x) \quad (104)$$

equazione corrispondente alla (95).

È utile infine esprimere l'attenuazione di un cavo in decibel. L'attenuazione A in decibel è definita in condizione di carico adattato ed è data da

$$A = 10 \log \left(\frac{P(0)}{P(l)} \right) = 10 \log \left(\frac{P^+(0)}{P^+(l)} \right) \quad (105)$$

dove $\log(z)$ è il logaritmo in base 10. Sostituendo la prima delle (103) nella (105) si ottiene

$$A = 10 \log \left(e^{2\alpha l} \right) = [20 \log(e)] \alpha l \quad (106)$$

oppure $A = 8,686 \alpha l$. Si noti che l'attenuazione in decibel è proporzionale alla lunghezza del cavo ed al termine che rappresenta le perdite α , dato dalla (98). Alcuni costruttori di cavi forniscono l'attenuazione mediante una formula del tipo $A = a\sqrt{f} + bf$ dove A è l'attenuazione in decibel per una tratta di lunghezza usualmente di 100 m, a e b sono opportuni coefficienti numerici, f è la frequenza. Come anticipato in questo paragrafo la dipendenza dalla radice della frequenza corrisponde alle perdite nei condut-

tori, la dipendenza proporzionale alla frequenza corrisponde invece alle perdite nell'isolante.

Sebbene le perdite siano piccole il loro effetto non è affatto trascurabile ad alte frequenze e con tratte di cavo relativamente lunghe. Ad esempio un collegamento realizzato con 15 m di cavo "a basse perdite" del tipo RG-214/U alla frequenza di 900 MHz attenua circa 3,5 dB. Cioè se si trasmette la potenza di 1 W la potenza che assorbe il carico è 450 mW, quella dissipata dal cavo è 550 mW.

2.9 - Casi particolari .. molto comuni

I sistemi di trasmissione a radio-frequenza in genere vengono fatti operare per il massimo trasferimento di potenza. Il generatore ed il carico sono adattati al cavo che connette l'uno all'altro, cioè la resistenza interna del generatore e la resistenza del carico sono uguali all'impedenza caratteristica del cavo. La tensione e la corrente ai capi del carico (si veda le (74) e (75) particolareggiate al caso in cui $x = l$, $\Gamma_G = \Gamma_L = 0$ e con la sostituzione di $\gamma = \alpha + j\beta$ al posto di $j\beta$) sono

$$V(l) = \frac{V_G}{2} e^{-\alpha l} e^{-j\beta l}, \quad I(l) = \frac{V(l)}{Z_0} \quad (107)$$

Per quanto riguarda la potenza assorbita dal carico (si riadatta la (102)) si ha

$$P(l) = P_D e^{-2\alpha l} \quad (108)$$

dove P_D è la potenza disponibile del generatore, data dalla (97) con $R_G = Z_0$.

Altro caso molto comune è quello in cui il generatore oppure il carico, ma non entrambi, sono adattati alla linea. È il caso del collegamento fra generatore oppure misuratore (adattati) ed un'antenna (disadattata). Se il generatore è adattato ($\Gamma_G = 0$) ma non lo è il carico allora la tensione sul carico (si veda la (76)) è

$$V(l) = \frac{V_G}{2} e^{-\alpha l} e^{-j\beta l} (1 + \Gamma_L) = V_G e^{-\alpha l} e^{-j\beta l} \frac{Z_L}{Z_0 + Z_L} \quad (109)$$

Se si osserva attentamente la (109) si vede che tutto va come se il generatore fosse connesso direttamente ai terminali del carico, a parte lo sfasamento e l'attenuazione introdotti dalla presenza del cavo.

Consideriamo il caso inverso di carico adattato e generatore disadattato. La tensione sul carico sarà (si veda ancora la (76) ma con $\Gamma_L = 0$)

$$V(l) = \frac{V_G}{2} e^{-\alpha l} e^{-j\beta l} (1 - \Gamma_G) = V_G e^{-\alpha l} e^{-j\beta l} \frac{Z_0}{Z_0 + Z_G} \quad (110)$$

Anche in questo caso tutto va come se il generatore fosse connesso direttamente ai terminali del carico. Gli effetti della presenza del cavo sono lo sfasamento e l'attenuazione.

I casi descritti dalle equazioni (107)-(110) sono di gran lunga i più comuni e, come si è visto, sono di interpretazione semplice e intuitiva.

2.10 - Chiudiamo il cerchio

Avevamo iniziato questa trattazione sui collegamenti in alta frequenza con delle considerazioni circa il modello circuitale più adeguato per un cavo di lunghezza piccola rispetto alla lunghezza d'onda. È possibile giungere a quelle conclusioni partendo dalla fine anziché dal principio, cioè semplificando le equazioni per tensioni, correnti ed impedenze assumendo $l \leq \lambda/20$? La risposta è evidentemente positiva e vediamo di seguito come si chiude il cerchio nel caso dell'impedenza di ingresso di un cavo chiuso su carico a bassa ed alta impedenza. Il pregio di questa analisi consiste nel definire in maniera quantitativa i limiti dell'approccio di bassa frequenza a costanti concentrate.

Partiamo con il caso di carico a bassa impedenza, cioè $|Z_L| \ll Z_0$. Se $l \leq \lambda/20$ abbiamo $\beta l = 2\pi l / \lambda \leq \pi/10$, e quindi con un errore massimo del 3,3 % in difetto possiamo scambiare la tangente con il suo argomento nella (70). Quindi avremo

$$Z_m \approx \frac{Z_L + jZ_0\beta l}{Z_0 + jZ_L\beta l} Z_0 \approx Z_L + jZ_0\beta l \quad (111)$$

essendo $|Z_L|\beta l \ll Z_0$. Sostituendo ora le (35) e (49) nella (111) si ottiene

$$Z_m \approx Z_L + j\omega L_0 l \quad (112)$$

Quindi, con un errore massimo del 3,3 % per frequenze per cui $l \leq \lambda/20$, l'impedenza di ingresso del cavo chiuso su un carico di impedenza piccola rispetto all'impedenza caratteristica è data dalla serie dell'impedenza di carico e dell'induttanza del cavo. Si sono trascurate le perdite in queste deduzioni, tuttavia è facile includerle come descritto in nota ⁶.

Nel caso di carico ad alta impedenza ragioniamo in termini di ammettenza di ingresso $Y_m = 1/Z_m$, cioè dalla (70)

⁶ Si deve utilizzare la (100) e le espressioni esatte per Z_0 e γ anziché quelle approssimate al primo ordine per piccole perdite. Se si scambia la tangente iperbolica con l'argomento si ottiene $Z_m \approx Z_L + Z_0\gamma l$. Si ha poi $Z_0 = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)/(G_0 + j\omega C_0)}$ e $\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)}$. Sostituendo il prodotto $Z_0\gamma$ nell'equazione per l'impedenza d'ingresso si ottiene $Z_m \approx Z_L + (R_0 + j\omega L_0)l$, che torna perfettamente con l'equivalente circuitale di Fig. 4.

$$Y_{in} = \frac{Y_L + jY_0 \tan(\beta l)}{Y_0 + jY_L \tan(\beta l)} Y_0 \quad (113)$$

dove $Y_L = 1/Z_L$ e $Y_0 = 1/Z_0$. Essendo $|Y_L| \ll Y_0$, si ragiona in maniera duale al caso di bassa impedenza e abbiamo, con un errore del 3,3 % se $l \leq \lambda/20$,

$$Y_{in} \approx Y_L + j\omega C_0 l \quad (114)$$

Se si vuole includere le perdite il procedimento è del tutto analogo a quello di nota 6 e si ottiene quanto previsto dal modello di Fig. 5.

3 - Linee di trasmissione: dalle espressioni analitiche al dimensionamento

3.1 - Introduzione

Dal modello di linea di trasmissione basato sulla cascata di quadripoli infinitesimi a costanti concentrate si deduce l'equazione delle onde. Le proprietà essenziali della propagazione ondosa vengono dedotte sulla base delle grandezze caratteristiche della linea: L_0 , induttanza per unità di lunghezza, e C_0 , capacità per unità di lunghezza. La rappresentazione con sole reattanze implica che le perdite sono ritenute trascurabili. Quando sia necessario tenere conto anche delle perdite si aggiungono una resistenza per unità di lunghezza R_0 in serie a L_0 e una conduttanza G_0 per unità di lunghezza in parallelo a C_0 .

Con quanto sopra si deducono le grandezze che veramente interessano l'utente. Questa nota intende mostrare con alcuni esempi il passaggio dalla rappresentazione analitica (quella con le costanti L_0 e C_0) alle corrispondenti grandezze fisiche che descrivono la linea.

3.2 - Generale

Parametri intrinseci dell'isolante. Nel seguito si userà il simbolo ε per indicare la costante dielettrica. In generale $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ dove $\varepsilon_0 = 8,8542 \times 10^{-12}$ F/m è la permittività del vuoto ed ε_r è la permittività relativa del materiale (l'isolante fra i due conduttori della linea). Similmente per la permeabilità magnetica si scriverà $\mu = \mu_0 \mu_r$ dove $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m è la permeabilità magnetica del vuoto e μ_r è la permeabilità relativa del materiale isolante, che fortunatamente nel caso nostro è sempre uguale a uno. La velocità di propagazione nel vuoto è $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} = 2,99792458 \times 10^8$ m/s (esatto) e quella in un mezzo (lineare, isotropo) caratterizzato da ε_r e μ_r è $v = c/\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}$. È anche in uso l'impedenza caratteristica del vuoto, $\zeta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 376,730 \Omega$, e l'impedenza intrinseca di un mezzo (lineare, isotropo) caratterizzato da ε_r e μ_r , $\zeta_i = \zeta_0 \sqrt{\mu_r/\varepsilon_r}$. Nei casi in cui i campi si sviluppano in parte entro il dielettrico e in parte nell'aria circostante, l'onda vede un valore di permittività intermedio fra quello del dielettrico pieno e

quello del vuoto. Chiameremo questo valore permittività equivalente, ε_{eq} . In termini di permittività relativa si avrà dunque $1 \leq \varepsilon_{r,eq} \leq \varepsilon_r$. Il valore dipenderà dalla geometria della sezione trasversale della linea. Casi pratici sono la linea bifilare a supporto isolante (“piattina”) e la “microstriscia”, caso di impiego amplissimo, a cui rimandiamo per l’esemplificazione di ε_{eq} .

Richiamo sullo spessore di penetrazione della corrente nei conduttori (effetto pelle). La corrente si attenua esponenzialmente al crescere della profondità entro il conduttore. La costante di decadimento (spessore della pelle) è

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi\mu\sigma}} \frac{1}{\sqrt{f}} \quad (1)$$

dove σ è la conducibilità dei conduttori e f è la frequenza. Per il rame ($\mu = \mu_0$, $\sigma = 5,82 \times 10^7 \text{ (}\Omega\text{m)}^{-1}$) viene

$$\delta_{Cu} = 66 \times 10^{-3} \frac{1}{\sqrt{f}} \quad (2)$$

Grandezze fondamentali per le linee sono l’impedenza caratteristica, Z_0 , e la velocità di fase, v , date da

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \quad (3)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \quad (4)$$

3.3 - Cavo coassiale

È una delle applicazioni più frequenti. Le proprietà di simmetria assiale rendono facile calcolare i parametri essenziali L_0 e C_0 .

3.3.1 - Capacità

Con la legge di Gauss dell’elettrostatica si deduce

$$C_0 = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)} \quad (5)$$

dove r_e è il raggio (interno) dello schermo ed r_i è il raggio del conduttore interno (Fig. 11).

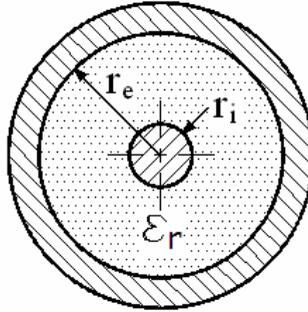


Figura 11 – Geometria del cavo coassiale.

3.3.2 - Induttanza

Con la legge di Ampère della magnetostatica si deduce

$$L_0 = \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{r_e}{r_i} \right) \quad (6)$$

Questa espressione descrive l'induttanza esterna, quella che tiene conto del solo flusso di induzione che scorre fuori dei conduttori ed è dunque un'approssimazione adeguata per valori alti della frequenza, tali che lo spessore di penetrazione della corrente dentro i conduttori sia trascurabile rispetto allo spessore dei conduttori e alla dimensioni lineari della sezione attraversata dal flusso. La correzione per l'induttanza interna è solitamente trascurabile e omettiamo qui di fornirne l'espressione.

3.3.3 - Impedenza caratteristica

Dalle (5) e (6) (con $\mu_r = 1$) si ha

$$Z_0 = \frac{\zeta_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \ln \left(\frac{r_e}{r_i} \right) \quad (7)$$

che mostra che l'impedenza caratteristica dipende solo dal rapporto r_e/r_i , a parte il tipo di dielettrico. Nella maggioranza dei casi il dielettrico è polietilene, con $\epsilon_r \approx 2,3$, oppure PTFE ("Teflon") con $\epsilon_r \approx 2,1$. L'impedenza caratteristica è standardizzata per l'esigenza di effettuare l'adattamento di impedenza fra i vari strumenti e componenti ed è $Z_0 \equiv 50 \Omega$ per tutta la strumentazione di laboratorio e apparati a radiofrequenza ($Z_0 \equiv 75 \Omega$ per le applicazioni TV). Da $Z_0 \equiv 50 \Omega$, per $\epsilon_r = 2,3$, deriva $r_e/r_i = 3,54$. Il

valore adottato per r_e ed r_i si basa su criteri aggiuntivi (massima frequenza ammissibile senza intervento di modi superiori, minime perdite, massima tensione operativa, massima potenza trasportabile, ingombro) e il corrispondente valore $Z_0 \equiv 50 \Omega$ rappresenta un valido compromesso. La tolleranza nel valore nominale è piuttosto ampia nel caso degli ordinari cavi di interconnessione e scaturisce dalle tolleranze inevitabilmente ampie nelle dimensioni nel caso degli ordinari cavi flessibili, per i quali è difficile controllare strettamente le dimensioni geometriche, le quali sono per di più mal definite strutturalmente poiché il conduttore esterno è costituito da fili intrecciati e il conduttore interno solitamente da fili attorcigliati. Un comune valore di tolleranza risultante su Z_0 è $\pm 2 \Omega$ (es. cavo tipo RG-58C/U di buona costruzione, in buono stato)¹.

3.3.4 - Velocità di propagazione

Essa è data semplicemente da $v = c / \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$. Poiché $\mu_r = 1$, si ha

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} c \quad (8)$$

La grandezza $\sqrt{\epsilon_r}$ è ciò che in ottica si chiama “indice di rifrazione” e il valore $1/\sqrt{\epsilon_r}$ viene fornito nei dati del fabbricante colla denominazione “*velocity factor*” o “*velocity of propagation*”, V.P., spesso in valore percentuale rispetto a c . Così nei cavi in polietilene si troverà, p. es., V.P. = 65,9% e in quelli in Teflon si troverà V.P. = 69%.

3.3.5 - Attenuazione

Per rappresentare le perdite non vengono forniti i valori della resistenza per unità di lunghezza R_0 (perdita nei conduttori) e della conduttanza per unità di lunghezza G_0 (perdita nel dielettrico) bensì l’attenuazione (in decibel per unità di lunghezza) al variare della frequenza. Si può mostrare che la perdita nei conduttori cresce in proporzione a \sqrt{f} mentre quella nel dielettrico cresce come f . I valori di attenuazione possono venir dati in forma di tabella al variare di f ma è solitamente più conveniente disporre di una relazione analitica. Questa è

$$A_{\text{dB/m}} = A_{c,\text{dB/m}} + A_{d,\text{dB/m}} = a \sqrt{f} + b f \quad (\text{dB/m}) \quad (9)$$

dove il pedice c si riferisce ai conduttori e il pedice d si riferisce al dielettrico. I valori a e b vengono forniti dal costruttore (a temperatura data, es. 25 °C, e al livello del mare), oppure possiamo estrarli dalla tabella con un procedimento di adattamento numerico della (9) o infine possiamo ricavarli da valori espressamente misurati su di uno specifico esemplare, sempre per via numerica. Si vede che alle basse frequenze il maggior contributo viene dai conduttori e alle alte frequenze viene dal dielettrico. I due termini sono uguali alla frequenza $\bar{f} = (a/b)^2$.

¹ Accuratezza molto maggiore si può avere nelle linee ad aria con conduttori pieni, usate solo per tarature.

3.3.6 - Potenza trasportabile

Viene specificata a temperatura data (es. 40 °C) e a quota data (livello del mare). La dipendenza dalla frequenza è

$$P = \frac{p}{\sqrt{f}} \quad (10)$$

dove si intende la potenza continua, su carico adattato, col coefficiente p dato dal costruttore.

3.3.7 - Esempi

Cavo RG-58C/U, fra i più diffusi in laboratorio specialmente per le frequenze medio/alte (da 0 a 1 GHz o anche oltre, accettando peggioramenti di prestazione legati al cavo, ma anche ai connettori in uso comune). Dielettrico polietilene. Conduttore interno in rame stagnato, 19 fili attorcigliati, $r_i = 0,47$ mm. Raggio del dielettrico e raggio interno del conduttore esterno $r_e = 1,475$ mm, conduttore esterno a calza di rame stagnato. Per la (9) si ha (tipicamente, con variazioni da produzione a produzione) $a = 0,5$ e $b = 0,04$ con f in gigahertz. Per la (10) si ha tipicamente $p = 100$, ancora con f in gigahertz (e 40 °C, livello del mare).

Cavo RG-223/U, per usi analoghi al precedente, con prestazioni migliori, usi fino a vari gigahertz, compatibilmente con la qualità dei connettori. Dielettrico polietilene. Conduttore interno a filo singolo, rame argentato, $r_i = 0,44$ mm, conduttore esterno $r_e = 1,475$ mm, doppia calza di rame argentato. Con le stesse precisazioni date per RG-58C/U si può assumere $a = 0,4$, $b = 0,04$ e $p = 120$.

Cavo RG-214/U, già designato RG-9B/U, di dimensioni maggiori, per usi fino alle microonde, tipicamente fino a 12 GHz. Polietilene. Conduttore interno in rame argentato, 7 fili attorcigliati di diametro 0,03'' ciascuno (0,762 mm), $r_i = 1,125$ mm. Conduttore esterno $r_e = 3,64$ mm, doppia calza di rame argentato. Con le solite precisazioni: $a = 0,2$, $b = 0,04$ e $p = 325$.

Occorre tener presente che i dati per a , b , p , possono variare considerevolmente da fabbricante a fabbricante o da fornitura a fornitura. Questo non inficia considerazioni progettuali generali, ma è consigliabile verificare l'esemplare che si usa, nel caso di una specifica applicazione critica (p. es. correzione della misura di un segnale a valle del cavo), basandosi sulle specifiche tecniche o su misure di attenuazione.

3.4 - Linea bifilare

Uso non frequente nelle applicazioni tecniche. È tuttavia importante perché sono disponibili relazioni analitiche (in forma chiusa) e perché può servire a modellare per approssimazione strutture che trovano applicazioni abbastanza diffuse (p. es. la linea bifilare ritorta: twisted pair). La geometria qui trattata consta di due fili uguali, paralleli, a sezione circolare di diametro d con gli assi che distano D (Fig. 12). Esistono soluzioni

per configurazioni più generali, quale quella con due fili di diametro diverso fra loro. Il calcolo di L_0 e di C_0 non è immediato come quello per il coassiale, perché viene meno la proprietà di simmetria circolare intorno all'asse della linea. Le espressioni analitiche che seguono assumono (come per il coassiale) che la corrente penetri dentro i conduttori per uno spessore trascurabile rispetto alle dimensioni trasversali.

3.4.1 – Capacità

Abbiamo per la capacità

$$C_0 = \frac{\pi \varepsilon_{eq}}{\operatorname{arcosh}(D/d)} \approx \frac{\pi \varepsilon_{eq}}{\ln(2D/d)} \quad (11)$$

dove si è usato l'approssimazione $\operatorname{arcosh}(\alpha) \approx \ln(2\alpha)$, valida per grandi valori di α (in pratica, date le approssimazioni e le tolleranze in gioco, non vale la pena di usare l'espressione rigorosa per $\alpha \geq 3$). Il valore di ε_{eq} dipende da quanto lo spazio fra i due fili è riempito dal dielettrico (solitamente necessario per il sostegno dei fili), e naturalmente vale ε_0 per fili sospesi nel vuoto e $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ per fili completamente annegati nel dielettrico. Nei casi intermedi occorre una valutazione caso per caso per cui si ricorre a plausibili stime oppure a misure dirette di capacità, o di velocità di propagazione (misura indiretta attraverso la frequenza di risonanza di un lungo tratto di linea).

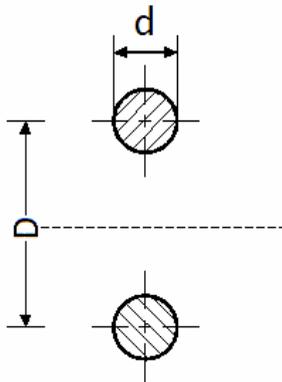


Figura 12 – Geometria della linea bifilare.

3.4.2 - Induttanza (esterna)

$$L_0 = \frac{\mu}{\pi} \operatorname{arcosh}\left(\frac{D}{d}\right) \approx \frac{\mu}{\pi} \ln\left(\frac{2D}{d}\right) \quad (12)$$

3.4.3 - Impedenza caratteristica

Dalle (11) e (12) si ha (anche qui, come sempre, $\mu_r = 1$)

$$Z_0 = \frac{\zeta_0}{\pi\sqrt{\epsilon_{r,eq}}} \operatorname{arcosh}\left(\frac{D}{d}\right) \simeq \frac{\zeta_0}{\pi\sqrt{\epsilon_{r,eq}}} \ln\left(\frac{2D}{d}\right) \quad (13)$$

Dato che comunemente si usano fili relativamente sottili rispetto alla distanza di interasse, risultano solitamente valori di Z_0 maggiori di quelli comuni per i cavi coassiali (100 Ω o più).

4.4 - Velocità di propagazione

Dalla (4), con le (11) e (12), si ha subito

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{r,eq}}} \quad (14)$$

da confrontare con la (8) (nella quale figura la ϵ_r anziché la $\epsilon_{r,eq}$ perché nel coassiale si è assunto che il dielettrico riempisse completamente lo spazio fra i conduttori).

3.5 - Filo su piano di massa

Si tratta di un conduttore a sezione circolare (diametro d), teso parallelamente ad un piano metallico (piano di massa) ad altezza h fra l'asse del filo e il piano (Fig. 53). Il piano si assume infinitamente esteso, e i risultati ottenuti in questo caso ideale sono ritenuti validi per estensioni finite del piano purché la larghezza del piano, o comunque la distanza del filo dal bordo, siano molto maggiori sia del diametro d che dell'altezza h . Questa configurazione è interessante in quanto può rappresentare varie situazioni di interesse applicativo o magari prestarsi come modello semplificato di configurazioni più complesse. Anche in questo caso, come per la linea bifilare, si ha il vantaggio della disponibilità di soluzioni analitiche in forma chiusa. Anzi, le espressioni per questo caso si ricavano direttamente da quelle della linea bifilare, osservando che è possibile vedere la configurazione bifilare come due fili su piano di massa disposti specularmente². Ciascuna delle due coppie filo-massa ci offre la soluzione desiderata con la corrispondenza $h = D/2$.

² Nella bifilare il piano mediano ortogonale al piano degli assi dei fili è evidentemente una superficie equipotenziale. Possiamo pertanto immaginare che sia sostituita da un piano conduttore, e assumere il potenziale di questo piano come valore di riferimento (massa).

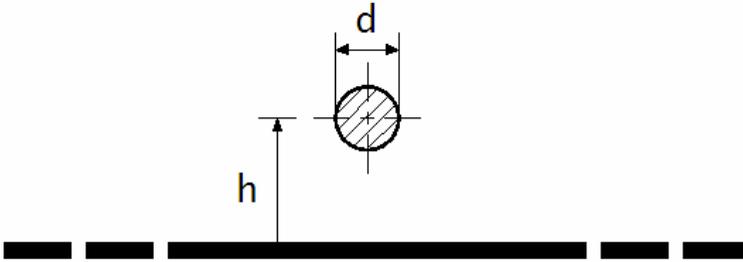


Figura 13 – Geometria del filo su piano di massa (“round microstrip”).

3.5.1 - Capacità

$$C_0 = \frac{2\pi\epsilon_{eq}}{\operatorname{arcosh}(2h/d)} \approx \frac{2\pi\epsilon_{eq}}{\ln(4h/d)} \quad (15)$$

Per ϵ_{eq} valgono le considerazioni della linea bifilare (vedi anche le ulteriori considerazioni sviluppate per la microstriscia).

3.5.2 - Induttanza (esterna)

$$L_0 = \frac{\mu}{2\pi} \operatorname{arcosh}(2h/d) \approx \frac{\mu}{2\pi} \ln(4h/d) \quad (16)$$

3.5.3 - Impedenza caratteristica

Dalle (15) e (16) si ha (sempre con $\mu_r = 1$)

$$Z_0 = \frac{\zeta_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_{r,eq}}} \operatorname{arcosh}\left(\frac{2h}{d}\right) \approx \frac{\zeta_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_{r,eq}}} \ln\left(\frac{4h}{d}\right) \quad (17)$$

3.5.4 - Velocità di propagazione

Dalla (4) con le (15) e (16) si ha la stessa espressione (14) della linea bifilare.

3.6 - Microstriscia

Vastamente usata in componenti e circuiti stampati su lastre o piastrine. È costituita da una sottile striscia di metallo (larghezza w , spessore $t \ll w$) aderente a uno strato di dielettrico di spessore h aderente a sua volta al sottostante piano metallico (piano di massa), si veda la Fig. 14. Si assume che le dimensioni del piano di massa siano irrilevanti in quanto lo si possa ritenere infinito (larghezza \gg di w e distanza della pista me-

tallica dal bordo \gg di w e di h). Si assume anche $t \gg \delta$ sia per la striscia che per il piano di massa) cioè si assume che la corrente scorra in uno strato sottile sulle superfici metalliche, analogamente a quello che si fa per il cavo coassiale. La copertura di rame è standardizzata: si specifica lo strato come peso di rame (once) per unità di superficie (piedi quadri), solitamente 0,5 oppure 1 oppure 2 ou/ft², a cui corrispondono rispettivamente gli spessori t di 17 o 34 o 68 μm .

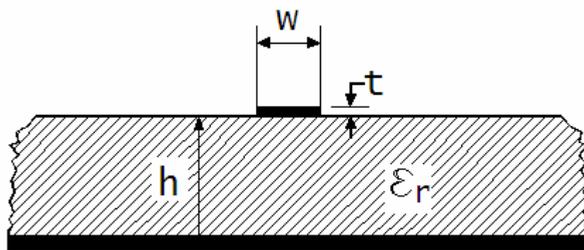


Figura 14 – Geometria della microstriscia.

La descrizione del comportamento della microstriscia rimane un problema molto più complesso rispetto al coassiale perché a) manca la simmetria circolare, b) il dielettrico non occupa tutto lo spazio nel quale l'onda si propaga, ma solo lo spazio fra la striscia e il piano, c) il conduttore ha spigoli (curvature infinite). Non si hanno soluzioni analitiche generali. Esistono varie trattazioni esaurienti dalle quali si possono calcolare tutte le proprietà che interessano le applicazioni con l'accuratezza necessaria a prezzo di complessità e di ricorso a metodi numerici o iterativi. Esistono espressioni analitiche approssimate in forma chiusa, applicabili per valori delle variabili di progetto (w , h , t ed ϵ_r) che coprono l'intero campo di interesse tecnico. Esistono delle semplici applicazioni di calcolo numerico basate su queste espressioni, disponibili in rete. Preferiamo però, per gli scopi di queste note, offrire una descrizione semplificata su base semi-empirica per poter ottenere delle semplici espressioni analitiche attraverso le quali si possono vedere i comportamenti essenziali e si possono dedurre rapidamente e con sicurezza le dimensioni e le proprietà con approssimazione sufficiente per prove preliminari. Questa descrizione semplificata è basata su tentativi di stabilire equivalenze con le espressioni del filo tondo su piano di massa, essenzialmente cercando un diametro d_{eq} del tondo corrispondente alla larghezza w della striscia, con eventuale intervento dello spessore t come correzione di w^3 . Sono stati pubblicati vari tentativi, tutti simili, più o meno giustificati o attendibili. Qui adottiamo l'approccio più semplice, con l'equivalenza assunta sulla base di pari perimetro della sezione trasversale, dunque:

$$\pi d_{eq} = 2w, \text{ ovvero } a_{eq} = w / \pi$$

³ Per l'appunto il filo tondo su piano di massa viene spesso indicato con l'espressione "round microstrip", una contraddizione in termini.

dove d_{eq} e a_{eq} sono il diametro e il raggio del filo tondo “equivalente” alla striscia⁴. Si è qui trascurato lo spessore t che può essere eventualmente reintrodotta con qualche termine correttivo.

3.6.1 - Costante dielettrica equivalente

Sono state sviluppate varie espressioni analitiche per valutare $\varepsilon_{r,eq}$. Una forma comunemente adottata è (vedi grafico in Fig. 15)

$$\varepsilon_{r,eq} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left(1 + 10 \frac{h}{w} \right)^{-1/2} \quad (18)$$

dalla quale si vede che per $w \gg h$, $\varepsilon_{r,eq}$ tende a ε_r come ci si doveva aspettare, mentre per $w \ll h$ si tende all'espressione

$$\varepsilon'_{r,eq} \approx \frac{\varepsilon_r + 1}{2} \quad (19)$$

che esprime il fatto che l'energia del campo elettrico sta per metà nel dielettrico e per metà nel vuoto (si ottiene la media delle due permittività relative). La (19) rappresenta il limite inferiore della $\varepsilon_{r,eq}$ mentre ε_r ne rappresenta il limite superiore. La (19) è utile per valutazioni rapide approssimate in quanto non c'entra il valore a priori incognito di w/h . Volendo, senza perdere nella facilità d'uso, si può adottare un valore intermedio fra gli estremi, corrispondente a un valore $w/h \approx 2$ intorno al quale si aggirano le comuni realizzazioni, senz'altro più realistico di $w/h = 0$. Così si ottiene

$$\varepsilon''_{r,eq} \approx 0,7\varepsilon_r + 0,3 \quad (20)$$

Vi sono termini addizionali di ulteriore correzione da aggiungere nell'espressione (18), ma non è il caso di introdurre ulteriori complessità nel presente contesto.

⁴ Ammettiamo senz'altro che si possono tener presenti obiezioni a questo criterio di equivalenza: niente vieta di tentare altre ipotesi di lavoro simili e adottarle dopo verifica di miglior adattamento ai propri dati sperimentali o a calcoli sviluppati in maniera più complessa. Di fatto, esiste anche in letteratura l'assunzione $d_{eq} = 0,5w$ (più correzioni in t) al posto di $d_{eq} = (2/\pi)w = 0,637w$.

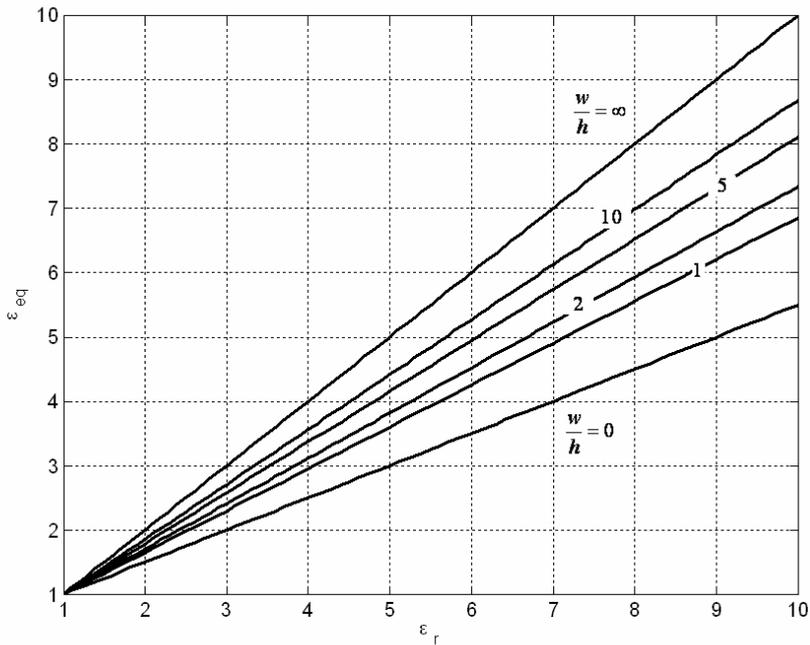


Figura 15 – Andamento della costante dielettrica relativa equivalente al variare di w/h .

3.6.2 - Capacità

Si ricava adattando la corrispondente espressione per il filo su piano di massa sulla base dell'equivalenza $\pi d_{eq} = 2w$ ottenendo

$$C_0 \approx \frac{2\pi\epsilon_{eq}}{\ln\left(2\pi\frac{h}{w}\right)} \quad (21)$$

3.6.3 - Induttanza

Analogamente alla capacità, si ottiene la seguente espressione

$$L_0 \approx \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(2\pi\frac{h}{w}\right) \quad (22)$$

3.6.4 - Impedenza caratteristica

Dalle (21) e (22) si ha

$$Z_0 \approx \frac{\zeta_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_{r,eq}}} \ln\left(2\pi\frac{h}{w}\right) \quad (23)$$

3.6.5 - Velocità di propagazione

Dalla (4) con le (21) e (22) si ha la stessa espressione (14) vista per la linea bifilare.

3.6.6 - Riadattamenti della espressione semplificata per l'impedenza caratteristica

Si trovano nella letteratura tecnica vari tentativi di migliorare l'accuratezza di espressioni semplici quali la (23) attraverso adattamenti semi-empirici a dati sperimentali o a risultati ottenibili con procedure più complicate. Di solito è difficile rintracciare i percorsi seguiti dai vari autori e le relative verifiche di credibilità e qui non tentiamo nessun approccio critico. Un primo provvedimento riguarda l'introduzione di una correzione per lo spessore non infinitesimo della striscia metallica. Una espressione che appare attendibile porta ad una correzione δw alla larghezza vera della pista data da

$$\delta w = \frac{t}{\pi} \left(1 + \ln \frac{4\pi w}{t} \right) \quad (24)$$

valida per $0 \leq t \leq 0,1w$ e possiamo pertanto usare nella (23) o altrove, dove appropriato, una larghezza equivalente

$$w_{eq} = w + \delta w$$

al posto di w . Dai vari tentativi di individuare convenienti valori di d_{eq} derivano varie espressioni tutte analoghe che differiscono in sostanza per la presenza di qualche coefficiente correttivo o per la variazione di qualche termine numerico. Proponiamo qui una espressione particolarmente semplice

$$Z_0 \approx \frac{81}{\sqrt{1 + \epsilon_r}} \ln \frac{8h}{w+t} \quad (25)$$

ottenuta dall'assunzione (19) per la ϵ_{eq} e da un adattamento semi-empirico delle costanti nella formula sulla base di vari risultati sperimentali (a cui corrispondono valori di Z_0 da 33 a 150 Ω). Si può ritenere che lo scarto della (25) rispetto al valore sperimentale sia contenuto generalmente entro pochi percento e che difficilmente lo scarto massimo si avvicini al 10%. Ovviamente si può sempre pensare di ritoccare l'espressione per meglio adattarla alle personali esigenze.

È bene nuovamente sottolineare che vi sono molte informazioni progettuali disponibili nella letteratura tecnica e spesso si dichiarano accuratèzze dell'ordine di 1%. La (25) non è pensata per scopi di accuratèzza bensì di immediatezza e agilitè. È bene altresì tener presente che i parametri dei substrati disponibili, in particolare i piú influenti, cioè costante dielettrica e spessore del laminato, sono noti con considerevoli incertèzze, salvo casi speciali, incertèzze sicuramente tali da vanificare le accuratèzze spinte che vengono dichiarate per le determinazioni piú attendibili.

4 - Efficacia dello schermo dei cavi coassiali

4.1 - Introduzione

I cavi coassiali sono largamente impiegati per la trasmissione di segnali. Il cavo coassiale realizza un collegamento elettrico meccanicamente solido, elettricamente sicuro (il conduttore esterno è a massa, prevenendo il contatto accidentale con il conduttore interno in tensione) ed intrinsecamente immune alle interferenze elettromagnetiche.

In questo capitolo verrà approfondito proprio quest'ultimo aspetto, analizzando le proprietà di immunità di un cavo rispetto alle interferenze elettromagnetiche e le relative definizioni. Dopo aver illustrato le grandezze che caratterizzano la schermatura di un cavo coassiale, essenzialmente l'impedenza di trasferimento Z_T (Ω/m) e l'ammettenza di trasferimento Y_T (S/m), presenteremo i metodi attualmente utilizzati per la misura di tali grandezze. Fra questi maggiore spazio verrà dedicato alla tecnica di misura triassiale (la più impiegata e consolidata) soffermandoci principalmente sui criteri di realizzazione pratica e sulle limitazioni applicative.

I contenuti presentati sono frutto di una sintesi originale basata sull'esperienza degli Autori. Due riferimenti importanti e utili sono [1] e [2].

4.2 - Schermo a calza

Idealmente i campi elettrico e magnetico associati alle cariche e alle correnti del segnale trasmesso da un generatore ad un carico per tramite di un cavo coassiale dovrebbero essere confinati all'interno del cavo stesso. Reciprocamente i campi elettrico e magnetico generati esternamente al cavo da una sorgente di interferenze non dovrebbero dar luogo a cariche e correnti indotte internamente. Lo scostamento dall'ideale è di solito sufficientemente piccolo da rendere inosservabile la trasparenza dello schermo fra interno e esterno. Tuttavia ci sono delle circostanze sfavorevoli in cui, per forti intensità dei campi interferenti e per deboli ampiezze dei segnali che devono competere con l'interferenza è necessario mettere in conto l'imperfezione dello schermo.

Sotto il punto di vista della realizzazione tecnica, la principale causa di non idealità nei cavi coassiali di impiego più comune consiste nel fatto che il conduttore esterno (o schermo) è costituito da una calza anziché da un conduttore continuo. Impiegando un conduttore esterno a calza, anziché continuo, si ottengono cavi coassiali dotati di maggiore maneggevolezza e robustezza, al costo però di una perdita di efficacia di schermatura. Per quelle applicazioni in cui si rende necessaria una elevata efficacia di schermatura si usano cavi in cui, ad esempio, il conduttore esterno consiste di due calze sovrapposte (cavi doppia-calza) oppure di un foglio metallico sottile (eventualmente una lamina avvolta a spirale) a

cui è sovrapposta una calza oppure, nelle installazioni fisse, si possono utilizzare cavi semi-rigidi in cui il conduttore esterno è un vero e proprio tubo massiccio (Fig. 16).

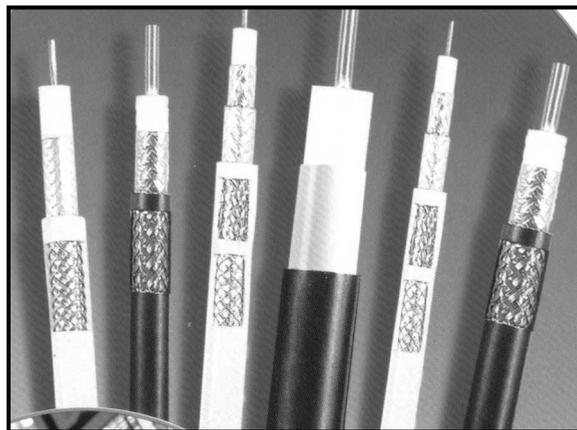


Figura 16 – Varie tipologie di cavi coassiali per radio frequenza.

La calza realizza uno schermo imperfetto, con delle violazioni, cioè dei fori. Si veda la Fig. 17 in cui è rappresentata schematicamente la struttura della calza di un cavo coassiale. La rappresentazione di Fig. 17 è ottenuta immaginando di tagliare la calza parallelamente all'asse del cavo e di appiattirla sulla pagina. I parametri geometrici indipendenti necessari per descrivere la geometria della calza sono cinque:

- 1) il numero di fusi (o cinture) n ,
- 2) il numero di fili N che compone ciascun fuso,
- 3) il diametro d dei fili,
- 4) l'angolo caratteristico della calza β ,
- 5) il diametro medio della calza D_m che è la somma del diametro del dielettrico che isola il conduttore esterno dal conduttore interno più circa tre volte il diametro d dei fili che compongono la calza.

Altri parametri utili derivati dai cinque indipendenti sono la larghezza dei fusi $w = Nd$, il passo della calza $P = 2\pi D_m / (n \tan \beta)$ e la lunghezza ottenuta sviluppando la calza lungo l'asse del cavo $L = \pi D_m / \tan \beta = n/2 \cdot P$. La distanza fra i fori della calza lungo l'asse del cavo è il passo P , la distanza lungo la perpendicolare all'asse è $P \tan \beta$.

Il rapporto fra il volume pieno ($w/\sin \beta$) dL ed il volume totale (pieno più vuoto) PdL è detto *fattore di riempimento* e lo si indica con la lettera q . Ovviamente $q < 1$, e sarà tanto più piccolo quanto più ampie sono le violazioni. Si definisce *fattore di copertura ottica* il rapporto fra la superficie coperta dalla calza e la superficie totale (coperta più scoperta)¹ e lo si indica con la lettera k_c ($k_c < 1$). In genere il fattore di coper-

¹ La superficie totale è $\pi D_m L$, quella coperta è $\left(\pi D_m - \frac{n}{2} \frac{w}{\cos \beta} \right) \left(\pi D_m - \frac{n}{2} \frac{w}{\sin \beta} \right)$.

tura ottica lo si esprime in percentuale. È semplice ricavare da quanto finora definito (ma non lo facciamo) che il fattore di copertura ottica ed il fattore di riempimento sono in relazione biunivoca fra loro: infatti vale che $k_c = 2q - q^2$ e $q = 1 - \sqrt{1 - k_c}$.

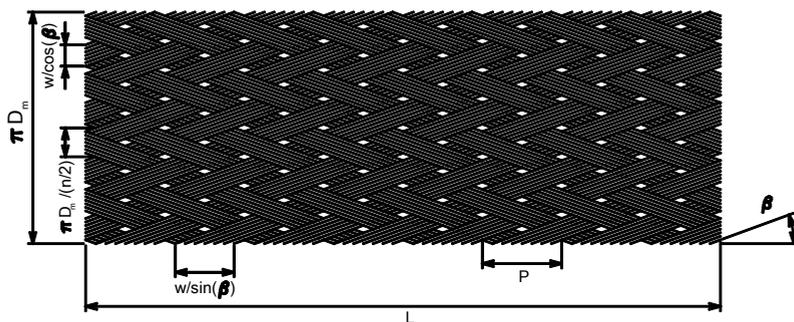


Figura 17 – Rappresentazione stilizzata della calza di un cavo coassiale.

È intuitivo che il fattore di riempimento o, in maniera equivalente, il fattore di copertura ottica giocano un ruolo essenziale nel determinare l'efficacia di schermatura offerta dalla calza. Nel caso di un comune cavo coassiale del tipo RG 58C/U si ha $n = 16$, $N = 6$, $d = 0,15$ mm, $\beta = 30^\circ$, $D_m = 3,45$ mm e il filo è di rame stagnato. Il fattore di copertura ottica è circa il 94,6 %².

4.3 - L'impedenza e l'ammettenza di trasferimento

La schermatura nei confronti del campo magnetico di un cavo coassiale si caratterizza in termini di *impedenza di trasferimento* Z_T . La *ammettenza di trasferimento* Y_T caratterizza invece la schermatura nei confronti del campo elettrico. Si noti bene: Z_T non è uguale a $1/Y_T$. Anzi, queste due grandezze si riferiscono a due diversi fenomeni fisici (meccanismi di accoppiamento) e sono fra loro in linea di principio indipendenti, nel senso che è possibile concepire due diversi cavi che, avendo la stessa Z_T , hanno differente Y_T o viceversa.

Le grandezze Z_T e Y_T sono intrinsecamente definite in termini circuitali, di costanti concentrate. Si deve dunque assumere che lo spezzone di cavo in prova³ abbia lunghezza l piccola rispetto alla lunghezza d'onda λ , dove λ è la lunghezza d'onda minima, corrispondente alla frequenza massima dell'eccitazione. La condizione $l \ll \lambda$ si deve tradurre in un requisito operativo del tipo $l \leq \lambda/k$ dove k è un coefficiente tanto più grande quanto più consideriamo critico il soddisfacimento della condizione. Nella tecnica CEM si adotta solitamente $k = 20$, cioè $l \leq \lambda/20$. Vi sono circostanze in cui si può

² Dati forniti dal fabbricante (Suhner).

³ Lo indicheremo con CUT, Cable Under Test, secondo la corrente terminologia internazionale.

considerare $k = 20$ eccessivamente restrittivo e si può adottare $k = 10$. Anzi, nel caso di [4] si considera sufficiente la condizione $l \leq \lambda/6$. In generale, quando ci si riferisce alla lunghezza d'onda, si intende qua quella nel vuoto (λ_0) e non è il caso di specificare quale sia esattamente la lunghezza nel CUT o nell'ambiente esterno. In tutte le misure di Z_T o Y_T , all'esterno del CUT si trova una linea ausiliaria per l'eccitazione (v. oltre) e dato che siamo in presenza di \ll , la condizione può prescindere da eccessi di cura per tener conto dell'indice di rifrazione del CUT (noto) ma soprattutto di quello (ignoto) della linea esterna. Nel caso di [4] si precisa tuttavia che λ è la lunghezza d'onda del circuito interno, in cui l'isolante è solitamente polietilene, con $\varepsilon_r = 2,3$ (indice di rifrazione 1,52), o teflon, con $\varepsilon_r = 2,1$, (indice di rifrazione 1,45).

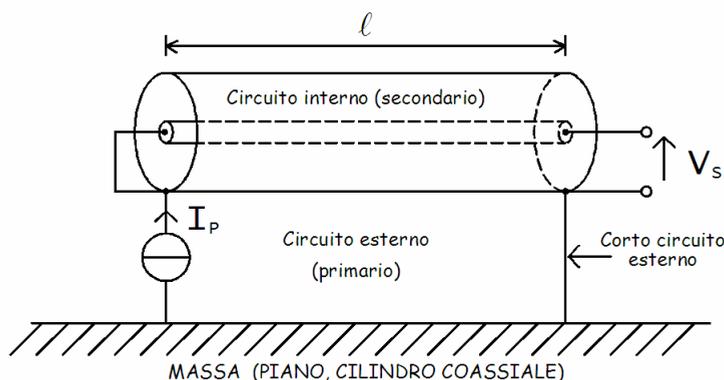


Figura 18 – Rappresentazione schematica per la definizione operativa di impedenza di trasferimento.

Diamo delle definizioni operative di queste grandezze. Si consideri la Fig. 18. Si definiscono: a) circuito esterno (o primario) il circuito formato dallo schermo del cavo e dal conduttore di massa (un conduttore esteso su cui si richiudono le correnti, per esempio il piano di un tavolo di prova, la carrozzeria o scafo di un veicolo, oppure, nel caso specifico del metodo fondamentale di misura di Z_T , un cilindro ausiliario, coassiale con il CUT), b) circuito interno (o secondario) il circuito formato dal conduttore interno e lo schermo in prova. Si faccia scorrere una corrente I_p nel circuito primario e si misuri la tensione di circuito aperto V_s indotta nel secondario. L'impedenza di trasferimento è il rapporto fra la tensione indotta internamente al cavo e la corrente che scorre sullo schermo, per unità di lunghezza di cavo. In formula

$$Z_T = \frac{V_s}{I_p} \frac{1}{l} \quad (1)$$

Si noti che il primario in Fig. 3 è chiuso in corto-circuito e quindi è sede di un intenso campo magnetico e di un debole campo elettrico. Più piccola è l'impedenza di trasferi-

mento maggiore è l'efficacia di schermatura del cavo nei confronti del campo magnetico.

La definizione di ammettenza di trasferimento è basata sullo schema di Fig. 19, che appare come il corrispondente duale di quello in Fig. 18⁴. L'ammettenza di trasferimento è il rapporto fra la corrente indotta nel secondario I_S e la tensione nel primario, impressa fra lo schermo e la massa, V_p , per unità di lunghezza del cavo, come rappresentato dalla (2)

$$Y_T = \frac{I_S}{V_p} \frac{1}{l} \quad (2)$$

Si osservi che il primario è in circuito aperto e quindi è sede prevalentemente di un campo elettrico piuttosto che magnetico. Più piccola è l'ammettenza di trasferimento maggiore è l'efficacia schermante nei confronti del campo elettrico. Nel caso ideale (schermo compatto) non scorrerebbe corrente nel secondario ($Y_T = 0$). Nel caso reale di schermo discontinuo (calza) il conduttore interno è accoppiato all'esterno (vede la massa attraverso i fori) e i due conduttori risultano accoppiati da una capacità parassita. Ne deriva che $Y_T = j\omega C_T$ dove C_T è la capacità per unità di lunghezza fra conduttore interno e massa, in presenza dello schermo. Risulta in pratica che l'accoppiamento elettrico è in genere trascurabile rispetto a quello magnetico per cui si sente spesso parlare di impedenza di trasferimento e poco di ammettenza di trasferimento. Anche i metodi di misura più consolidati sono stati concepiti per quantificare l'impedenza di trasferimento. Tuttavia non è da escludere che in particolari circostanze (intenso campo elettrico esterno, circuito secondario ad alta impedenza) gli effetti dovuti all'ammettenza di trasferimento possano essere dominanti rispetto a quelli dovuti all'impedenza di trasferimento.

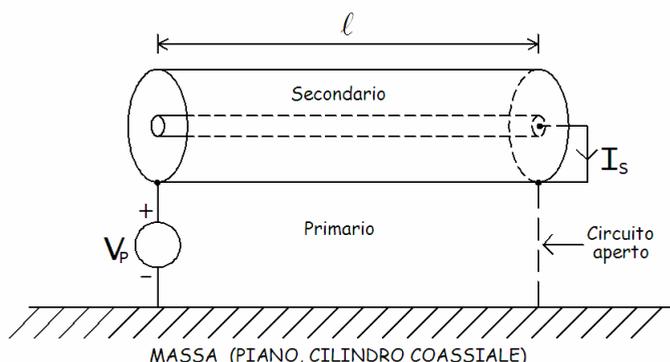


Figura 19 – Rappresentazione schematica per la definizione operativa di ammettenza di trasferimento.

⁴ In realtà la definizione di Y_T (Eq. (2)) non corrisponde in dualità a quella di Z_T (Eq. (1)). Occorre rendersi conto che nella (1) figura come eccitazione la corrente I_p che corrisponde direttamente al campo H di disturbo sullo schermo. Invece nella (2) come eccitazione figura V_p che non rappresenta il campo E di disturbo sullo schermo, bensì il suo integrale fra schermo e massa. Questo fa necessariamente intervenire la distanza e la configurazione della struttura esterna al CUT: la Y_T dipenderà dalla struttura esterna, cosa che non si verifica per Z_T .

Facciamo qua delle premesse generali sulle tecniche di misura per Z_T e Y_T . Ci riserveremo di dedicare maggior considerazione nel seguito alla Z_T che è stata ed è attualmente di dominante interesse tecnico. Le configurazioni di misura più usate sono essenzialmente due: quella triassiale e quella detta a linea di iniezione. In realtà entrambe corrispondono alla eccitazione del CUT per tramite di una linea ausiliaria, cioè una linea di iniezione. La denominazione non rigorosamente corrispondente alla realtà fisica dipende, come spesso accade, dalla evoluzione nel tempo. La tecnica triassiale (la più antica) è basata sulla eccitazione del CUT per tramite di un cilindro conduttore montato coassialmente su di esso. Si ottiene così una struttura appunto triassiale in cui la linea ausiliaria (primaria, o esterna) è il cavo coassiale costituito dal cilindro esterno e dallo schermo del CUT. La tecnica a linea di iniezione (recente) si basa sull'eccitazione del CUT attraverso un conduttore parallelo, affiancato allo schermo del CUT, che con questo costituisce appunto una linea ausiliaria per l'eccitazione. Quello che distingue le due tecniche sono in realtà gli scopi e i limiti di applicazione, come esponiamo separatamente qua sotto.

Nella cella di prova triassiale si realizzano i seguenti requisiti essenziali: 1) la lunghezza della cella l deve essere molto minore della lunghezza d'onda λ , secondo quanto esposto in apertura di questo paragrafo, 2) l'eccitazione si realizza in linea di principio secondo quanto schematizzato in Fig. 18, cioè si imprime la I_p e si misura la V_S a circuito aperto, salvo maggiori precisazioni in seguito nei paragrafi .5 e 4.6. Analogamente si procederebbe per la Y_T , con riferimento alla Fig. 19. Quindi il metodo triassiale realizza (nei limiti di approssimazione) proprio la misura di Z_T e lo fa direttamente in termini circuitali.

La cella di prova a linea di iniezione è nata per rimuovere il requisito $l \ll \lambda$: quindi si applica nell'intento di estendere le misure a frequenza più alta del limite adottato per il triassiale, a parità di lunghezza delle linee accoppiate. Spieghiamo. È chiaro che per restare nella condizione $l \ll \lambda$ non si può pensare di ridurre a piacere l : occorrerà in ogni caso che rimanga $l \gg D_m$, cioè linea lunga rispetto alla sezione, altrimenti quello che conta sono solo le sezioni di passaggio dentro e fuori le linee accoppiate. Per esempio, con $f = 1000$ MHz, con la condizione $l \leq \lambda/10$, si avrebbe $l = 3$ cm, che è tecnicamente privo di senso. Se non vale $l \ll \lambda$ in realtà non si ha a che fare con circuiti a costanti concentrate⁵. Conseguenza inevitabile del fatto che l può ora estendersi per molte λ (o frazioni non trascurabili) è che le due linee accoppiate (CUT e linea di iniezione) debbono essere entrambe chiuse su carico adattato ad entrambi gli estremi per non rendere complicatissima o impossibile l'estrazione delle grandezze di interesse (Z_T oppure Y_T) dal dato di misura. E conseguenza finale è che il CUT risulta sede contemporaneamente di campo elettrico e di campo magnetico, aventi uguale energia: l'accoppiamento fra linea di eccitazione e CUT proviene simultaneamente da Z_T e da Y_T ed è impossibile in linea di principio estrarre separatamente le due dal dato sperimentale (che indica in un modo o nell'altro la trasparenza dello schermo derivante da Z_T o Y_T non nulle). E questo vale sia per linea corta che per linea lunga.

⁵ Gli schemi di Fig. 18 e Fig. 19 valgono per definire Z_T e Y_T , ma rappresentano anche le configurazioni che si adotterebbero in linea di principio per la misura a costanti concentrate.

4.4 - L'impedenza di trasferimento in formule

Nel caso di uno schermo continuo la formula di Schelkunoff [3] fornisce una stima accurata dell'impedenza di trasferimento. Se d è lo spessore dello schermo, δ è la profondità di penetrazione dei campi nel conduttore⁶ e $\gamma = (1+j)/\delta$, risulta

$$Z_T = R_S \frac{\gamma d}{\sinh \gamma d}, \text{ dove } R_S \text{ rappresenta la resistenza in continua dello schermo.}$$

L'andamento dell'impedenza di trasferimento di un cavo con schermo continuo (tubolare di alluminio di spessore $d = 125 \mu\text{m}$) è rappresentato in Fig. 20 con linea tratteggiata. Sull'asse verticale (in scala logaritmica) è riportata l'impedenza di trasferimento normalizzata alla resistenza R_S . L'impedenza di trasferimento per frequenze basse coincide con il valore della resistenza in continua. Oltre la frequenza per cui $\delta = d$ (1,33 MHz) l'impedenza di trasferimento diminuisce sensibilmente al crescere della frequenza. Le correnti sullo schermo tendono infatti ad essere confinate in una pelle di spessore δ . Se $d > \delta$ i campi non penetrano l'intero volume del metallo e l'interno del cavo risulta isolato dall'esterno. Più spesso è lo schermo, più bassa è la resistenza in continua e più bassa è la frequenza oltre la quale l'impedenza di trasferimento comincia a ridursi, migliore è quindi la schermatura.

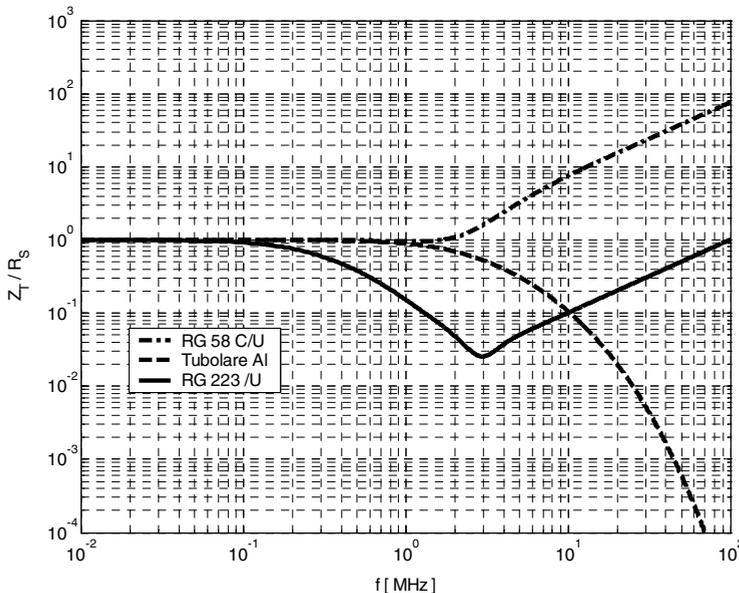


Figura 20 – Andamento in frequenza dell'impedenza di trasferimento (normalizzata rispetto al suo valore in CC) per tre diversi tipi di cavo coassiale: il comune cavo RG 58C/U (schermo a calza singola), il cavo RG 223/U (doppia calza), il cavo EZ_47_AL_TP (schermo continuo, costruttore Suhner). Gli andamenti sono stati ottenuti dalla formula di Vance in base ai dati fisici e geometrici nominali dei cavi.

⁶ Si ricordi che la profondità di penetrazione dei campi nei conduttori è $\delta = 1/\sqrt{\pi f \mu_0 \sigma}$, dove f è la frequenza, μ_0 è la permeabilità magnetica del vuoto, σ è la conducibilità del conduttore.

Nel caso di uno schermo a calza, le formule servono a fornirci l'ordine di grandezza e le tendenze, informazioni preziosissime per chi progetta la procedura di misura, ma almeno in questo caso le predizioni teoriche non possono sostituire le misure se una accurata predizione deve essere garantita. Per via della grande complessità dei fenomeni di accoppiamento dei campi attraverso una calza, peggio ancora attraverso due sovrapposte, la parola definitiva sul valore (e la relativa incertezza) dell'impedenza di trasferimento spetta alle misure. La formula che qua presentiamo (Eq. (3)) fu ideata e verificata sperimentalmente da Vance [1] che ne valutò l'accuratezza entro un fattore 3. In questa espressione si somma al contributo di Schelkunoff, detto di diffusione, un contributo $j2\pi fM$ che tiene conto dell'accoppiamento mutuo (M) fra interno ed esterno dovuto ai fori in uno schermo a calza singola. La formula dell'impedenza di trasferimento diviene la seguente

$$Z_T = R_s \frac{\gamma d}{\sinh \gamma d} + j2\pi fM \quad (3)$$

Qua M è inversamente proporzionale al numero di cinture, decresce al crescere del fattore di copertura ottica e dell'angolo caratteristico della calza⁷.

Per un cavo a calza singola (come lo RG 58C/U) l'impedenza di trasferimento al crescere della frequenza oltre la frequenza d'angolo $R_s / (2\pi M)$ tende a crescere linearmente con la frequenza (si veda la Fig. 20, linea tratto-punto) e nel caso di RG 58C/U il mutuo accoppiamento M vale all'incirca 1,35 nH/m, con resistenza dello schermo R_s circa 11,24 mΩ/m (da cui la frequenza d'angolo risulta 1,32 MHz). L'andamento dell'impedenza di trasferimento di un cavo doppia calza come lo RG 223/U è diverso: parte come al solito dalla resistenza in continua, al crescere della frequenza inizialmente tende a seguire l'andamento caratteristico dello schermo continuo, infine in alta frequenza domina il termine $j2\pi fM$, come risulta dalla Fig. 20 (linea continua). Per RG 223/U si stima M all'incirca di 9 pH/m, che corrisponde a una riduzione di circa un fattore 150 rispetto a RG 58C/U⁸.

⁷ Per la capacità di accoppiamento C_T valgono le stesse tendenze eccetto che per l'angolo caratteristico della calza, nei confronti del quale la capacità risulta quasi insensibile.

⁸ Per confronto, si può osservare l'andamento in Fig. 20. Se si confrontano i valori di $|Z_T/R_s|$ letti all'estremo alto di frequenza (dove domina il termine $j2\pi fM$ nella (3)) si vede un rapporto di circa 75, che tenuto conto che il grafico è normalizzato a R_s e che R_s per RG 223/U è circa la metà di quella di RG 58C/U, torna col valore del rapporto dei rispettivi M . Si tenga presente che il rapporto 150 espresso in decibel corrisponde ad un miglioramento della efficacia di schermo di 43,5 dB, un valore significativo.

4.5 - Misura dell'impedenza di trasferimento

Quando occorre una valutazione accurata e incontrovertibile o ancor più quando si ha a che fare con cavi con più schermi, per i quali è difficile, se non impossibile, ottenere una predizione teorica attendibile dell'impedenza di trasferimento, diviene indispensabile ricorrere alle misure.

In Fig. 21 è riportato il modello generale del circuito elettrico di principio per la misura di Z_T , così come derivato da [4]. Si noti che il modello è più generale di quelli adottati nelle Fig. 18 e 19 per le definizioni, ed è qui possibile includere, a seconda dei particolari valori adottati, il caso con costanti distribuite e anche il contributo di Y_T .

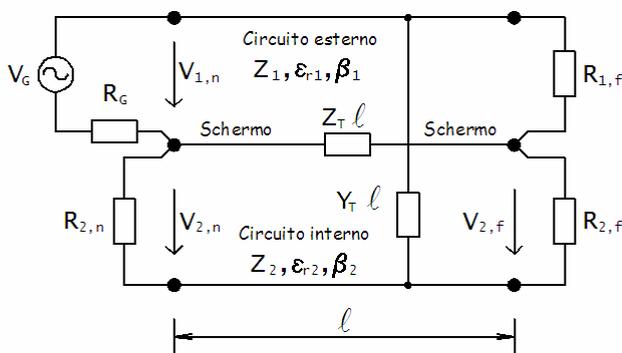


Figura 21 – Schema generale del circuito di misura. Con opportune scelte delle resistenze di chiusura è possibile misurare Z_T e Y_T separatamente (solo nel caso $l \ll \lambda$) oppure una loro combinazione.

Il circuito esterno, con impedenza caratteristica Z_1 e costante di fase β_1 , è alimentato da un generatore sinusoidale che imprime la tensione di circuito aperto V_G ed ha resistenza interna R_G . Il circuito esterno eccita lo schermo del CUT con valori determinati di corrente o tensione, a seconda dei valori delle resistenze su cui è richiuso. Il circuito interno è il CUT di cui si assumono note l'impedenza caratteristica Z_2 e la costante di fase β_2 . La tensione indotta all'interno del CUT per effetto di Z_T e Y_T è misurata ai capi di una delle due terminazioni $R_{2,n}$ o $R_{2,f}$ dove le lettere n e f indicano la loro posizione rispetto al generatore (n sta per *near*, vicino, e f sta per *far*, lontano). Similmente le terminazioni del circuito esterno sono $R_{1,n} = R_G$ e $R_{1,f}$. L'analisi completa delle due linee accoppiate si può trovare in [5]. Qui ci limiteremo al modello circuitale semplificato valido nei limiti dell'ipotesi di costanti concentrate, che è poi quello di interesse pratico per la misura di Z_T .

Nel metodo di misura prevalente (triassiale) si sceglie di porre in corto all'uscita la linea esterna, cioè $R_{1,f} = 0$, porre pure in corto il CUT a sinistra, cioè $R_{2,n} = 0$, mentre la tensione che rappresenta il risultato dell'esperimento si misura a destra, sul carico

$R_{2,f}$, e solitamente $R_{2,f} = 50 \Omega$ che rappresenta il valore (nominale) standard della strumentazione di laboratorio.

Nel secondo metodo invece (tecnica della linea di iniezione) entrambi i circuiti sono adattati, cioè $R_G = Z_1 = R_{1,f}$ e $R_{2,n} = Z_2 = R_{2,f}$, il che permette di estendere la massima frequenza di misura (si arriva al gigahertz). La tecnica della linea di iniezione soffre di varie limitazioni. Fondamentale è il fatto che la presenza di eccitazione sia magnetica che elettrica (con uguale energia) risulta nella simultanea influenza di Z_T ed Y_T nel risultato di misura (la perdita di inserzione) con conseguente impossibilità di separare i due contributi. Vi è poi il fatto che, per la presenza dei resistori di carico, il generatore e il ricevitore non hanno le masse collegate allo stesso potenziale, con la conseguente eccitazione di correnti di modo comune imprevedibili e difficilmente riducibili a valori sufficientemente bassi da non mettere in discussione il risultato. E ancora, l'eccitazione dello schermo non è uniforme intorno alla sezione trasversale (lo è nel triassiale) e pertanto dipende dai dettagli costruttivi della cella [6].

4.6 - La tecnica triassiale

È la tecnica più impiegata e consolidata per la misura dell'impedenza di trasferimento. La massa è realizzata da un cilindro metallico continuo e coassiale con il CUT oppure, per un montaggio meno impegnativo, più agile, da una calza metallica investita sul CUT e su di esso stirata, a formare la linea coassiale esterna. Il generatore a radiofrequenza ha resistenza interna di 50Ω (nominale), che rappresenta anche la resistenza R_G di Fig. 21, a meno che non si scelga di modificarla all'esterno, p. es. aggiungendo un conveniente resistore in serie all'uscita del generatore. Pure 50Ω è la resistenza di ingresso dello strumento di misura, solitamente uno analizzatore di spettro (o un analizzatore di reti), che misura la tensione indotta internamente al CUT. Poiché la lunghezza l della cella deve essere piccola rispetto alla minima lunghezza d'onda d'interesse λ , si adotta un limite orientativo per la massima frequenza di eccitazione con il criterio $f_{MAX} = 35/l$ (f_{MAX} in megahertz, l in metri). Si può verificare che questo limite corrisponde al criterio meno restrittivo fra quelli precedentemente presentati, e cioè quello in [4]. In Fig. 22 è riportata la foto di due celle triassiali di lunghezza 30 cm e 50 cm (massime frequenze di impiego 117 MHz e 70 MHz, rispettivamente). Le dimensioni geometriche essenziali sono riportate nella didascalia.

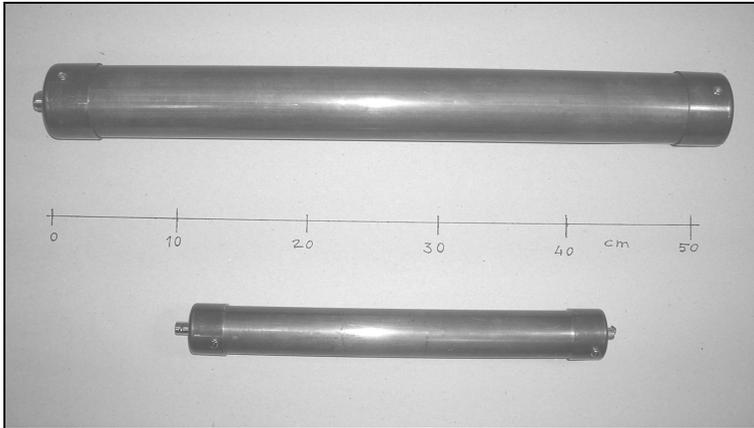


Figura 22 – Celle triassiali per la misura dell'impedenza di trasferimento. Le dimensioni geometriche della cella lunga sono: lunghezza 50 cm, diametro esterno del tubo 5,4 cm, spessore del tubo 2 mm. Le dimensioni della cella corta sono: lunghezza 30 cm, diametro esterno del tubo 35 mm, spessore 1,5 mm. I tubi sono di rame. I connettori sono di tipo N per la cella lunga e BNC per la corta.

In pratica l'impedenza di trasferimento si ottiene dalla misura di una perdita di inserzione, che è quella fra l'uscita del generatore e l'entrata del ricevitore in Fig. 21. Infatti la corrente che scorre nel primario, essendo questo in corto circuito, è: $I_p = V_G/R_G$ e dunque

$$Z_T = \frac{2V_{2,f}R_G}{V_G/2} \frac{1}{l} = \frac{2R_G}{lL} \frac{1}{l} \quad (4)$$

dove $lL = \frac{V_G/2}{V_{2,f}}$ è la perdita di inserzione misurata. Qua abbiamo assunto che la corren-

te I_p sia semplicemente la corrente di corto circuito del generatore. Al crescere della frequenza occorre tenere presente il termine reattivo dovuto all'induttanza del triassiale cortocircuitato, che può modificare sostanzialmente il valore della corrente iniettata (anche a frequenze molto inferiori al limite massimo consentito dalla lunghezza della cella). Questa alterazione è tanto più significativa quanto più l'impedenza caratteristica del circuito primario (Z_1) è maggiore del valore di R_G . La correzione per la reattanza però non rappresenta un problema in quanto l'induttanza può essere misurata con elevata accuratezza e anche valutata partendo dalle dimensioni della cella.

In Fig. 23 è mostrato l'andamento in frequenza dell'impedenza di trasferimento misurata nel caso di cavi a calza singola RG 58C/U e doppia calza RG 223/U. L'impedenza è normalizzata rispetto alla resistenza in continua dello schermo. Nel caso del cavo RG 58C/U è risultata una resistenza dello schermo R_s di $15,2 \pm 0,9$ mΩ/m e si è stimato un accoppiamento mutuo corrispondente a un valore M di $0,89 \pm 0,15$ nH. Per il cavo RG 223/U si è ottenuto invece R_s di $9,05 \pm 0,88$ mΩ/m e M di $22,3 \pm 19,2$ pH/m. Le fasce

di incertezza qua indicate rappresentano lo scarto tipo s del campione composto da N diversi spezzoni di cavo tratti dalla stessa bobina, con $N=10$ per lo RG 58C/U e $N=6$ per lo RG 223/U.

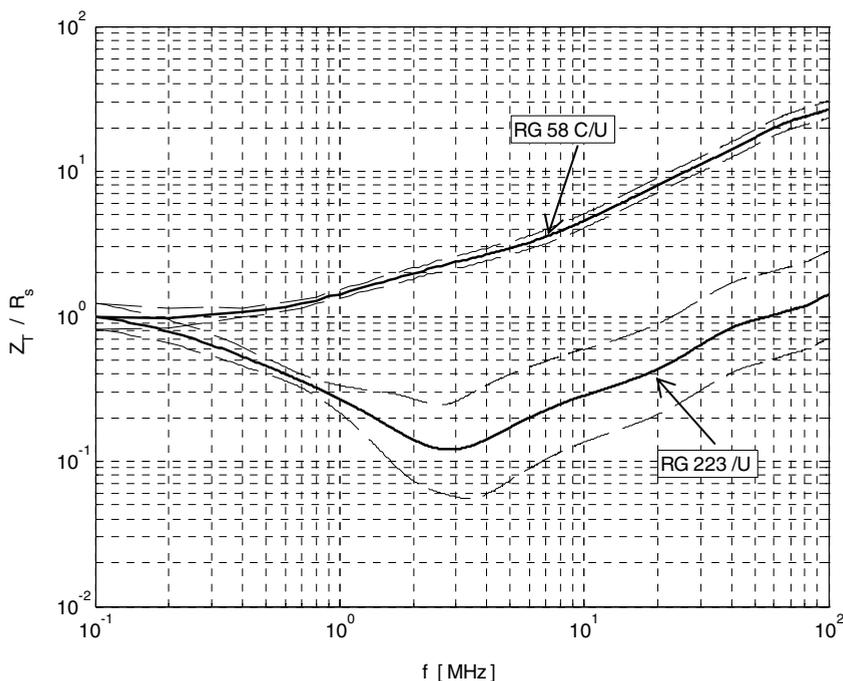


Figura 23 – Andamento in frequenza misurato dell'impedenza di trasferimento, normalizzata rispetto al suo valore in continua, dei cavi RG 58C/U e RG 223/U. Tratteggiati sono riportati i limiti dell'intervallo di fiducia (corrispondenti al livello di fiducia del 95 %, fattore di copertura pari a 1,96).

Presentiamo qualche commento sulle incertezze dei dati sperimentali. Il termine qui dominante l'incertezza è quello ottenuto dalla valutazione di categoria A, data dallo scarto tipo s . Il tratto continuo in figura rappresenta la media delle diverse misure mentre quello tratteggiato corrisponde ai limiti dell'intervallo di fiducia a $1,96 s$. La valutazione di categoria B dell'incertezza riguarda essenzialmente le incertezze strumentali che, trattandosi di una misura di attenuazione a frequenze relativamente basse, sono state rese trascurabili rispetto alla dispersione dei dati di misura mediante la tecnica della sostituzione a RF con un attenuatore tarato. Si noti anche che la dispersione nel caso del cavo RG 223/U è molto superiore rispetto a quella del cavo RG 58C/U e questo soprattutto ad alta frequenza dove domina il termine $j2\pi fM$. Ciò è naturale in quanto l'efficacia di schermatura del RG 223/U è molto elevata e, specialmente in alta frequenza, è molto sensibile alla geometria e alla disposizione reciproca dei due schermi. Le inevitabili disuniformità fra spezzoni di cavo, anche di una stessa matassa, e le variazioni di geometria prodotte dalla manipolazione, anche se attenta, dei cavi producono rela-

tivamente grandi variazioni della efficacia di schermatura. Gli effetti sono molto più rilevanti laddove conta M , che è un parametro dipendente dal dettaglio geometrico dello schermo, piuttosto che R_s , che invece dipende essenzialmente dal diametro e dal numero di trefoli che compongono lo schermo. Nel caso specifico si può pertanto ritenere che gran parte della dispersione riscontrata nel cavo a doppio schermo non sia un difetto di riproducibilità sperimentale ma sia piuttosto dipendente da fluttuazioni casuali del misurando.

4.7 - Riferimenti

- [1] Edward F. Vance, “*Shielding Effectiveness of Braided-Wire Shields*”, IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility, vol. EMC-17, no. 2, pp. 71-77, May 1975.
- [2] International Standard IEC 1196-1, “Radio-Frequency cables – Part 1: Generic specification – General definitions, requirements and test methods”, First edition, 1995-05.
- [3] S.A. Schelkunoff, “*The electromagnetic theory of coaxial transmission lines and cylindrical shields*”, Bell Sys. Tech. J., vol. 13, pp. 532-579, Oct. 1934.
- [4] Norma Italiana CEI EN 50289-1-6, “*Cavi per comunicazioni - Specifiche e metodi di prova - Parte 1-6: Metodi di prova elettrici - Prestazioni elettromagnetiche*”. I Edizione. Ottobre 2002.
- [5] David E. Merewether and T. Frank Ezell, “*The Effect of Mutual Inductance and Mutual Capacitance on the Transient Response of Braided-Shield Coaxial Cables*”, IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility, vol. EMC-18, no. 1, pp. 15-20, Feb. 1976.
- [6] C.F.M. Carobbi, M. Cati, C. Panconi, “*Defining and Assessing the Uncertainty Contributions in the Line-Injection Measurements of Transfer Impedance*”, 2008 IEEE Int. Symp. on EMC, Detroit (MI), Aug. 18-22, 2008. In corso di stampa.

5 - Sonde di corrente per radio-frequenze

5.1 - Introduzione

La sonda di corrente per radio-frequenze (nel seguito, brevemente, sonda di corrente) è un dispositivo molto impiegato nella Compatibilità Elettromagnetica (CEM) e le ragioni di ciò sono molteplici.

Innanzitutto perché la CEM tratta problemi che tipicamente hanno maggior probabilità di verificarsi alle alte frequenze, e ad alta frequenza la misura di tensione è quasi mai praticabile perché ci si trova in condizioni in cui non è definibile il potenziale ($\nabla \wedge \bar{E} \neq 0$). Le correnti nei circuiti producono campi magnetici rapidamente variabili. La spira che si viene a formare connettendo una sonda di tensione ai terminali del circuito sotto misura è sede di una forza elettromotrice non trascurabile originata dalle variazioni del flusso del campo magnetico attraverso la spira stessa. La forza elettromotrice dipende dalla orientazione e dalla geometria della spira e la tensione misurata non dipende quindi unicamente dal circuito a cui ci si connette ma anche dal percorso dei conduttori di collegamento sonda-circuito. La misura di tensione perde di significato fisico¹. In alta frequenza poi la misura di tensione soffre maggiormente dell'effetto di carico. Infatti una tradizionale sonda ad alta impedenza per oscilloscopio ha un'impedenza d'ingresso di 10 M Ω fino a frequenze di alcune centinaia di hertz ma ci si riduce a valori dell'ordine del centinaio di ohm attorno a 100 MHz.

Secondariamente la CEM ha a che fare con fenomeni non intenzionali e, nell'ambito del non intenzionale, a volte non è nemmeno possibile identificare i terminali del circuito sotto-misura: si pensi alla misura della tensione di rumore fra punti diversi di una massa, come nel caso della misura del cosiddetto "ground bounce", il sobbalzo della tensione di massa durante la commutazione di un circuito digitale.

La corrente, a differenza della tensione, conserva il significato fisico e la piena utilità tecnica. Per individuare l'origine di un problema CEM e le sue possibili soluzioni è importante individuare i percorsi seguiti dalle correnti non intenzionali (ad esempio verificare la presenza o meno di una corrente netta² lungo un cavo di segnale che connette due apparati) e valutare l'intensità prima e dopo un'azione correttiva. La sonda di corrente (due esemplari sono rappresentati in Fig. 24) è lo strumento appropriato per queste indagini.

La discussione che segue è suddivisa in due parti: una prima parte a carattere di base ed una seconda parte che descrive aspetti specifici del funzionamento delle sonde di

¹ Può tuttavia essere utile per confronti prima/dopo un intervento di risanamento, effettuando misure di tensione in condizioni rigidamente fissate per garantire la ripetibilità.

² Si tratta della indesiderata *corrente di modo comune*.

corrente quali i limiti di alta frequenza, il ruolo dello schermo e l'effetto di carico. Gran parte degli argomenti discussi è reperibile in [1] e in [2]. Uno schema realizzativo di una sonda di corrente a pinza schermata di fonte autorevole è in [3], dove sono fornite anche delle specifiche.

5.2 - Il funzionamento della sonda di corrente per radiofrequenze

La sonda di corrente per applicazioni CEM è concepita per applicazioni ad alte frequenze. Sono disponibili in commercio modelli per l'impiego fino al gigahertz (sebbene il loro uso sia critico per frequenze superiori ad alcune centinaia di megahertz). È essenzialmente costituita da un avvolgimento di N spire attorno ad un toroide di ferrite. Il conduttore che porta la corrente da misurare passa nell'occhiello del toroide. Si tratta perciò di un trasformatore in cui il primario è costituito dal circuito sotto misura ed il secondario dall'avvolgimento. Tutto l'avvolgimento è protetto da un guscio metallico per limitare gli accoppiamenti elettrici e magnetici indesiderati ed è apribile a tenaglia per facilitarne l'inserzione nel circuito sotto misura. L'uscita è attraverso un connettore coassiale (generalmente di tipo N³).

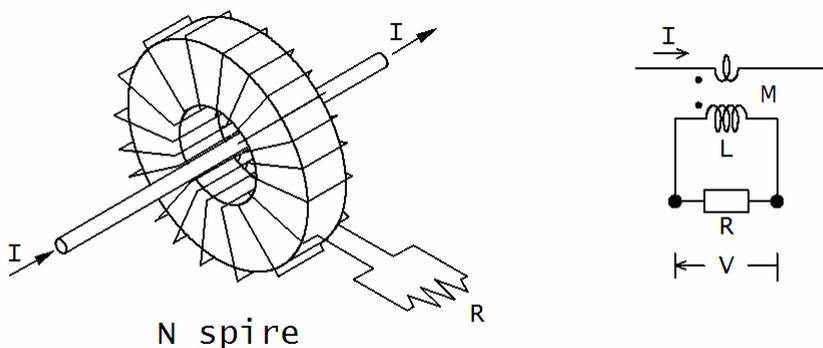


Figura 24 – Rappresentazione fisica semplificata e modello circuitale della sonda di corrente.

La corrente I da misurare attraversa l'apertura della sonda e genera un campo magnetico che si concatena con le spire dell'avvolgimento secondario. La variazione nel tempo del flusso concatenato col secondario genera una forza elettromotrice misurabile ai terminali della sonda. In questo caso si misura la tensione V ai capi di un carico (resistivo) R . Il legame fra la corrente I e la tensione V sul carico è l'impedenza di trasferimento Z_T . L'impedenza di trasferimento è il fattore di taratura del dispositivo (mette in relazione la corrente nel primario con la tensione misurata ai capi del carico del secondario).

È possibile descrivere il funzionamento della sonda mediante un semplice modello cir-

³ Scelta dettata più da esigenze di robustezza che di prestazioni ad alta frequenza.

cuitale a costanti concentrate costituito da due induttanze (il primario ed il secondario) mutuamente accoppiate, come si può vedere in Fig. 24. Per tramite del modello circuitale si ricava il legame fra l'impedenza di trasferimento e i parametri del modello circuitale

$$Z_T = \frac{j\omega M}{R + j\omega L} R \quad (1)$$

dove M è la mutua induzione fra primario e secondario, L è l'auto-induzione del secondario, R è la resistenza di carico del secondario, ω è la frequenza angolare ($\omega = 2\pi f$, f è la frequenza). Se la sonda non è caricata internamente R è direttamente la resistenza di ingresso del voltmetro (50 Ω , come nel caso dell'analizzatore di spettro), altrimenti è il parallelo fra la resistenza d'ingresso del voltmetro (50 Ω) ed una resistenza inserita internamente alla sonda dal costruttore, in parallelo ai terminali.

Ci chiediamo: l'impedenza di trasferimento dipende dal circuito primario? Se così fosse il coefficiente di taratura sarebbe vanificato: la relazione ingresso-uscita (l'impedenza di trasferimento) determinata in fase di taratura per tramite di un particolare circuito primario, non sarebbe applicabile quando la sonda è impiegata sul campo su un primario diverso. Mostriamo che in realtà l'uscita dipende soltanto dalla corrente che passa attraverso l'occhiello, comunque vi passi. Rivedendo l'espressione per Z_T osserviamo che L ed R sono parametri caratteristici della sonda e del misuratore e non del circuito primario. Resta da analizzare M . Convieni ragionare invertendo il funzionamento del dispositivo: assumiamo che una corrente scorra nel circuito secondario e che il circuito primario non sia attraversato da corrente. Se l'avvolgimento secondario è costituito da un numero relativamente grande di spire uniformemente spaziate (idealmente infinite spire, infinitamente vicine⁴) esso ha simmetria di rotazione attorno all'asse del nucleo toroidale (brevemente *simmetria assiale*). In questo caso, a prescindere dalla permeabilità del materiale magnetico, anche nel caso di avvolgimento in aria, il campo magnetico è nullo all'esterno del volume racchiuso dall'avvolgimento secondario. Il flusso che concatena il primario è esclusivamente quello dovuto al campo magnetico all'interno del toro. La mutua induzione M viene quindi a dipendere esclusivamente dalle caratteristiche geometriche e fisiche del secondario e non dalla forma del circuito sotto misura. Per reciprocità, se una corrente scorre nel circuito primario, il flusso concatenato con l'avvolgimento secondario non dipende dalla disposizione del circuito primario. Se poi il conduttore del primario non attraversa l'occhiello, il flusso netto che concatena l'avvolgimento secondario è zero, e zero è anche la tensione ai capi del carico del secondario. L'assunzione di simmetria assiale perde di validità nel caso di poche spire, soprattutto se confinate in un segmento ristretto del toro. In tal caso l'impedenza di M dal circuito primario sarebbe affidata esclusivamente alla permeabilità del nucleo magnetico: il flusso nel toro mantiene simmetria assiale (approssimativamente) finché l'alta permeabilità riesce a far prevalere il flusso dentro il toro, con flusso disperso trascurabile. Questa è una condizione precaria, e comunque vale finché il materiale del nucleo ha permeabilità molto maggiore di quella del vuoto ($\mu = \mu_0 \mu_r \gg \mu_0$ ovvero $\mu_r \gg 1$). Al crescere della frequenza, la magnetizzazione in qualunque materiale ferro-

⁴ Come nel modello teorico detto "elica laminare" (*sheath helix*).

magnetico subisce un rilassamento, i dipoli magnetici non riescono a seguire il campo magnetizzante e il nucleo tende sempre più a rimanere inerte. A una frequenza caratteristica del materiale, detta *frequenza di rilassamento*, si ha un picco nelle perdite nel materiale e μ_r assume valori considerevolmente minori (dell'ordine della metà) di quello statico. Al crescere della frequenza la magnetizzazione progressivamente svanisce. La frequenza di rilassamento è tanto più bassa quanto più μ_r è alta: si può arrivare verso i 10 MHz purché μ_r non superi (molto orientativamente) 1000. Come si vede, non si può fare assegnamento sull'alta permeabilità, almeno nelle applicazioni CEM: deve essere la struttura dell'avvolgimento a garantire la simmetria assiale. In caso contrario (se non c'è simmetria assiale e il nucleo non è magnetico) la tensione ai capi del secondario dipende da come il primario attraversa l'apertura della sonda, oppure una tensione non trascurabile si manifesta ai capi del secondario anche se il primario non attraversa l'occhietto. A questo riguardo [4] è stato proposto un sistema per la taratura delle pinze amperometriche⁵, dove la pinza da tarare, viene montata su un sistema di movimentazione che porta la pinza ad assumere diverse posizioni nei confronti del primario. In pratica, come vedremo, il nucleo magnetico serve a estendere verso le basse frequenze⁶ il campo in cui la risposta del dispositivo è piatta (non serve a garantire la simmetria del dispositivo).

In caso di simmetria assiale, dato che il flusso del campo magnetico prodotto dalla corrente nel secondario concatena 1 spira del primario ed N del secondario, è evidente che deve risultare $M = L / N$. Qua L è proporzionale ad N^2 e M è proporzionale ad N . L'espressione di Z_T , Eq. (1), corrisponde ad un passa-alto del I ordine. Posta $f_c = R / (2\pi L)$ la frequenza d'angolo, l'equazione per Z_T può essere così riscritta

$$Z_T = \frac{j(f / f_c)}{1 + j(f / f_c)} \frac{R}{N} \quad (2)$$

Questa funzione è zero per $f = 0$, cresce linearmente con la frequenza per valori bassi di f sotto la frequenza d'angolo, e ha fase $+90^\circ$. Sopra la frequenza d'angolo l'impedenza di trasferimento diviene indipendente dalla frequenza, con ampiezza R / N e fase 0° . In Fig. 25 è riportato l'andamento in frequenza tipico del modulo dell'impedenza di trasferimento di una sonda di corrente commerciale. Per maggiore generalità le grandezze sugli assi sono state normalizzate: la frequenza rispetto a f_c e il modulo (in decibel) rispetto a R / N . Nella Fig. 25 è presente anche un andamento decrescente alle alte frequenze che non è rappresentato dalla (2): se ne parlerà successivamente.

Maggiore è il numero delle spire, minore è la frequenza d'angolo, maggiore è il valore dell'impedenza di trasferimento sotto la frequenza d'angolo, minore è il valore dell'impedenza di trasferimento sopra la frequenza d'angolo. Quest'ultimo fatto può sorprendere (più spire meno sensibilità) ma la spiegazione è semplicemente che nella

⁵ Sono sonde impiegate su reti di alimentazione, anche in continua, e la loro massima frequenza di utilizzo non supera il centinaio di kilohertz.

⁶ La frequenza limite inferiore diviene μ_r volte più bassa.

zona piatta la tensione di uscita è proporzionale alla corrente di corto circuito, infatti per $f \gg f_c$, cioè $\omega L \gg R$, il secondario della sonda è praticamente chiuso in cortocircuito. La corrente nel secondario è $1/N$ volte la corrente nel primario e questo comportamento si trasferisce a V e pertanto a Z_T .

L'impedenza di trasferimento, sopra la frequenza d'angolo, *non dipende dalle proprietà magnetiche e dalla geometria del nucleo* ma soltanto dalla resistenza di carico e dal numero delle spire. Questa proprietà è notevole perché a) la risposta è predetta a priori (basta conoscere R e contare N) e perché b) la risposta in zona piatta è indipendente da μ_r e ci libera dalla necessità di rimanere al disotto del rilassamento. Se si ha cura di progettare la sonda in modo che il rilassamento avvenga sopra la frequenza d'angolo che si avrebbe realizzando l'avvolgimento in aria (stessa geometria, stesso numero di spire, μ_0 al posto di $\mu_0\mu_r$)⁷ il rilassamento diviene irrilevante. In mancanza di questa proprietà, sarebbe ben difficile riuscire a far funzionare il dispositivo sopra la decina di MHz⁸.

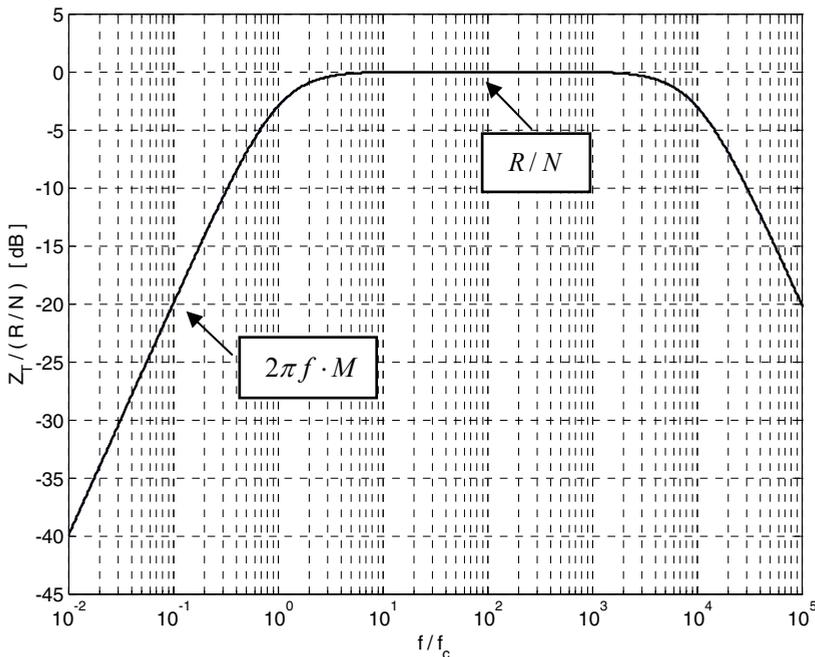


Figura 25 – Impedenza di trasferimento normalizzata rispetto al valore R/N .

⁷ In altre parole la frequenza d'angolo nel vuoto è μ_r volte più alta di quella con il nucleo.

⁸ Non dimentichiamo che tutto quanto detto è basato sul requisito fondamentale della simmetria assiale.

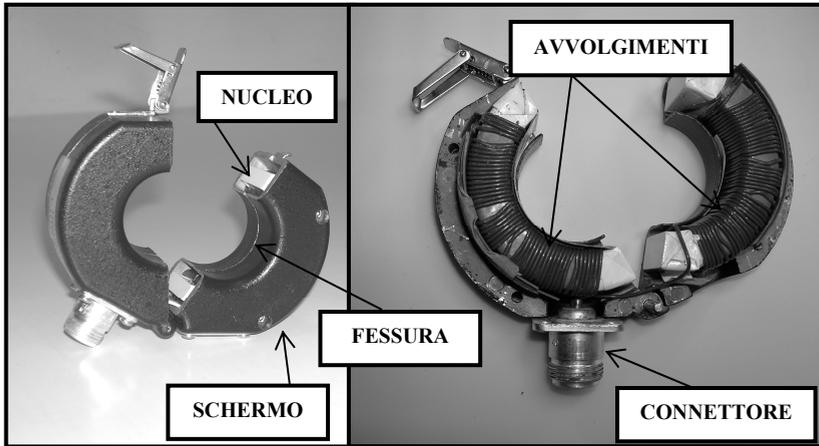


Figura 26 – Sonda di corrente a pinza per radiofrequenze. Il diametro dell'apertura è circa 32 mm. Si noti il guscio metallico di schermo, il nucleo in ferrite e, a destra (guscio aperto), i due semi avvolgimenti ed il connettore N.

Nelle sonde a tenaglia (si veda la Fig. 26) l'avvolgimento secondario è costituito, in effetti, da due avvolgimenti di N spire ciascuno, collegati in parallelo. Questo è l'accorgimento necessario per potere aprire la sonda. I due avvolgimenti partono dal terminale caldo del connettore, si avvolgono lungo i due archi della sonda e si chiudono sullo schermo in corrispondenza del taglio opposto al connettore. Tutto va come se si avesse a che fare con un unico avvolgimento di N spire distribuite lungo tutto il perimetro della sonda. La superficie interna dello schermo funge da percorso di ritorno delle correnti dei due avvolgimenti.

5.3 - Il comportamento in alta frequenza

Il comportamento della sonda di corrente in alta frequenza, oltre cioè l'intervallo di frequenza in cui l'impedenza di trasferimento è piatta, è assai complesso e scarsissimo è il materiale pubblicato sull'argomento, sia sulle riviste tecniche che scientifiche. A frequenze elevate il dispositivo non è più descrivibile in termini di costanti concentrate, cioè in termini di induttanza L e mutua induttanza M . La descrizione in termini di costanti concentrate è valida finché le dimensioni del dispositivo sono piccole rispetto alla lunghezza d'onda λ . Nel caso della sonda di corrente la dimensione fisicamente significativa per il confronto è la lunghezza totale dell'avvolgimento. Se l'avvolgimento è composto da N spire, avvolte attorno ad un nucleo toroidale di raggio interno R_i , raggio esterno R_e , spessore P , imponendo la condizione *lunghezza* $\leq \lambda/10$, si ottiene ($\lambda = c/f$, c è la velocità della luce nel vuoto, f è la frequenza)

$$f \leq \frac{1}{20} \frac{c}{N(R_e - R_i + P)} \quad (3)$$

Ad esempio per una sonda realizzata avvolgendo 10 spire attorno ad un nucleo toroidale di dimensioni $R_i = 23$ mm, $R_e = 30$ mm, $P = 25$ mm, la massima frequenza di impiego che si calcola dalla formula è circa 47 MHz, un limite piuttosto basso se confrontato con le frequenze di interesse in ambito CEM, dove la sonda di corrente è largamente impiegata.

La prima deviazione dal comportamento ideale di alta frequenza ancora descrivibile in termini di costanti concentrate può essere rappresentata da una capacità parassita C fra i terminali dell'avvolgimento, in parallelo alla resistenza di carico R . La capacità parassita dell'avvolgimento introduce una frequenza di angolo $f_h = 1/(2\pi RC)$ in corrispondenza della quale l'impedenza di trasferimento devia dall'andamento piatto e comincia a decrescere al crescere della frequenza (nel caso ipotetico rappresentato in Fig.25 si è assunto $f_h = 10^4 f_c$). Sarebbe desiderabile una decrescita regolare dell'impedenza di trasferimento oltre la frequenza f_h . Purtroppo ad alta frequenza fenomeni indesiderati, descrivibili solo in termini di un modello a costanti distribuite dell'avvolgimento, prendono il sopravvento e l'andamento dell'impedenza di trasferimento perde ogni caratteristica di regolarità. In certe sonde particolarmente curate i costruttori inseriscono intenzionalmente una capacità ai terminali del secondario, dell'ordine della decina di picofarad, per attenuare la risposta prima che intervengano fenomeni ad onda nell'avvolgimento.

5.4 - L'effetto di carico

La sonda di corrente, come ogni dispositivo di misura, assorbe energia dal circuito sotto-misura. In termini di circuito equivalente tutto va come se l'inserzione della sonda di corrente nel circuito sotto-misura introducesse un'impedenza in serie al percorso della corrente da misurare. Tale impedenza prende il nome di *impedenza di inserzione*, Z_{ins} . L'impedenza di inserzione è somma di due contributi detti *impedenza di intrusione* e *impedenza riflessa*. L'impedenza di intrusione ha la sua origine fisica nel fatto che nel circuito sotto-misura è stato inserito del materiale (nucleo magnetico, avvolgimento, schermo) che modifica più o meno fortemente la forma del campo magnetico originario (quello preesistente alla intrusione della sonda di corrente). L'impedenza riflessa non è altro che l'impedenza del circuito secondario della sonda (l'impedenza dell'avvolgimento con in serie la resistenza del carico) riflessa sul circuito primario dall'azione a trasformatore della sonda. L'effetto complessivo dell'impedenza di intrusione e di quella riflessa produce l'andamento tipico in frequenza dell'impedenza di inserzione rappresentato in Fig. 27 (con linea continua è rappresentato l'andamento teorico, con cerchietti le misure). Si noti che l'impedenza di inserzione tende a crescere all'aumentare della frequenza e si aggira tipicamente intorno ad 1Ω alle frequenze più alte. L'andamento è caratterizzato da un intervallo di frequenza intermedio in cui l'impedenza di inserzione è praticamente piatta e vale $Z_{ins} \approx R/N^2$ ($470 \text{ m}\Omega$ nel caso di Fig. 27, dove la sonda di corrente è stata realizzata con $N = 10$ spire e un carico $R = 47 \Omega$).

5.5 - Gli accoppiamenti capacitivi

Idealmente l'accoppiamento fra il circuito sotto-misura e la sonda di corrente è puramente magnetico. Nella pratica non è così, è inevitabile infatti l'accoppiamento elettrico spurio. L'accoppiamento elettrico diviene tanto più importante quanto più il circuito sotto misura è caratterizzato dal trovarsi ad un'elevata tensione ed essere percorso da una bassa corrente, cioè quanto più il circuito è ad *alta impedenza* e quanto più alta è la tensione sul tratto di conduttore su cui la sonda si allaccia.

L'accoppiamento elettrico si modella circuitualmente mediante una capacità parassita connessa fra il conduttore percorso da I e l'avvolgimento della sonda. La presenza di questa capacità parassita ha due effetti: 1) sull'avvolgimento, oltre alla corrente intenzionale originata dalla variazione di flusso di campo magnetico nelle spire, scorre una corrente non intenzionale proporzionale alla frequenza ed alla tensione fra il conduttore e l'avvolgimento, 2) la corrente che scorre nel circuito viene alterata dall'accoppiamento capacitivo aggiungendo un ulteriore effetto di carico della sonda.

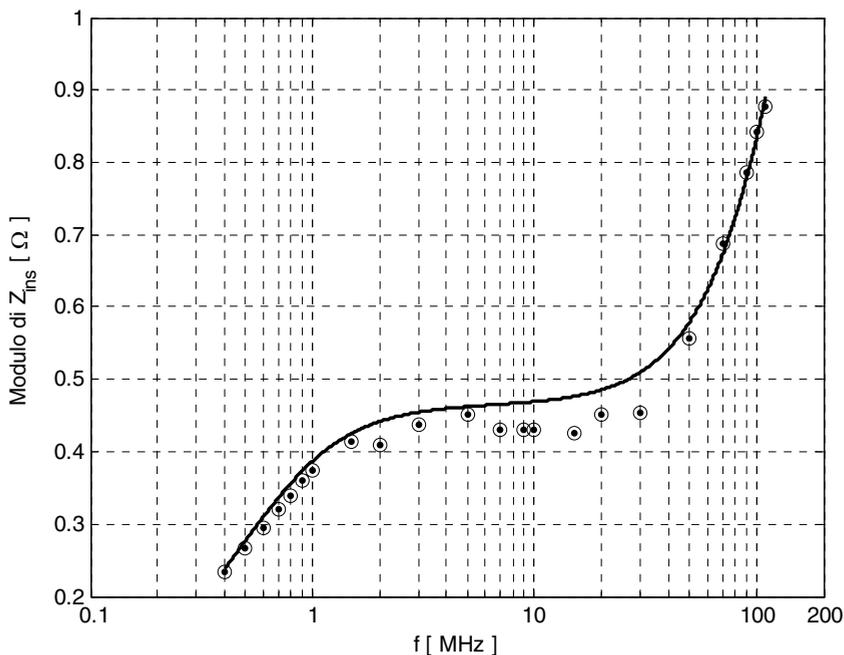


Figura 27 – Tipico andamento in frequenza del modulo dell'impedenza di inserzione di una sonda di corrente.

Il primo effetto è drasticamente riducibile mediante uno schermo. Lo schermo è ben visibile nella Fig. 26. Si tratta di un guscio metallico non magnetico (ad esempio in alluminio). Lo schermo presenta una fessura, visibile nella stessa Fig.26, lungo il perimetro della apertura della sonda, per far sì che su di esso non si inducano delle correnti che si oppongono al campo magnetico intenzionale che accoppia il primario al secondario. Si tratta di uno schermo selettivo: scherma il campo elettrico ma non il campo magneti-

co. A ben guardare lo schermo attenua anche l'accoppiamento indesiderato ad un eventuale componente di campo magnetico le cui linee di forza fossero parallele all'asse della sonda: sullo schermo infatti possono scorrere liberamente le correnti indotte lungo il perimetro dello schermo stesso. Per ottenere una valutazione quantitativa della reiezione del campo elettrico si possono effettuare due rilevamenti: in una prima lettura si chiude la sonda attorno al conduttore sotto misura, in una seconda lettura si pone la sonda a fianco dello stesso conduttore, con asse parallelo al conduttore, senza che il conduttore attraversi la sonda. Il rapporto fra le due letture ci fornisce una stima della reiezione.

Il secondo effetto non può essere mitigato da uno schermo. Con l'aggiunta dello schermo la situazione cambia: 1) si elimina quasi totalmente l'accoppiamento capacitivo diretto fra l'avvolgimento e il circuito sotto misura, 2) si introduce un accoppiamento capacitivo fra l'avvolgimento della sonda e lo schermo e questo è costante, non dipendente dalla posizione reciproca del circuito e dell'avvolgimento, 3) si introduce un accoppiamento fra schermo e circuito. Quest'ultimo accoppiamento è ineliminabile ed è responsabile del carico capacitivo sul circuito. La corrente assorbita può essere stimata mediante misura, chiudendo una seconda sonda di corrente attorno al cavo che collega la prima sonda di corrente al misuratore. Oppure si può fare una stima mediante un semplice calcolo. L'ampiezza I della corrente drenata dalla sonda sarà infatti data da

$$I = 2\pi f C_m V_{CS} \quad (4)$$

dove C_m è la capacità di accoppiamento fra schermo e conduttore sotto misura e V_{CS} è la tensione fra il conduttore e lo schermo (cioè massa). Se il conduttore attraversa l'occhiello lungo l'asse si può stimare C_m con la seguente formula:

$$C_m \approx \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln\left(\frac{d_o}{d}\right)} \quad (5)$$

dove d è il diametro del conduttore, d_o è il diametro dell'occhiello, l è la dimensione dello schermo parallela all'asse della sonda, $\epsilon_0 = 8,854$ pF/m. Ad esempio, nel caso di una sonda il cui schermo ha le seguenti dimensioni: $d_A = 33$ mm, $l = 36$ mm, ed è chiusa attorno ad un conduttore di diametro $d = 1,5$ mm si ha $C_m \approx 0,65$ pF. In realtà l'Eq. (5) trascura l'effetto della capacità di frangia corrispondente alle linee di campo elettrico che terminano sullo schermo al di fuori della superficie cilindrica interna e questa componente ha tanto più peso rispetto alla (5) quanto più il diametro del conduttore è piccolo rispetto al diametro dell'occhiello. La (5) pertanto corrisponde a una stima ottimistica.

Si deve tener presente la possibilità di un terzo tipo di accoppiamento indesiderato, quello dipendente dalla trasparenza dello schermo del coassiale che collega la sonda con lo strumento di misura. La corrente I di Eq. (4) provoca una tensione sul ricevitore dipendente dal prodotto della I e della impedenza di trasferimento del cavo.

5.6 - La saturazione

Il nucleo magnetico della sonda soffre del problema della saturazione per elevate intensità della corrente totale che passa attraverso l'occhiello: sia quella da misurare che una eventuale componente continua o di bassa frequenza (es. 50 Hz).

Il problema scaturisce dal fatto che i materiali magnetici, per elevate intensità del campo magnetico nel quale sono immersi, hanno un comportamento non-lineare. Ciò si manifesta in termini macroscopici, con il valore della permeabilità magnetica⁹ che decresce al crescere dell'intensità del campo magnetico, e quindi della corrente che attraversa la sonda. Ne consegue la perdita di validità dell'impedenza di trasferimento, cioè il rapporto fra la tensione V misurata ai morsetti della sonda e la corrente sotto misura I (vedi Fig. 24) è diverso dal valore dell'impedenza di trasferimento determinato con piccole correnti. Altra conseguenza è la presenza di armoniche spurie nella tensione indotta nell'avvolgimento. Il costruttore della sonda indica in genere l'intensità della corrente che produce la saturazione del nucleo, e tale intensità è dell'ordine del centinaio di amperere. Occorre prestare particolare attenzione al problema della saturazione quando la sonda di corrente è impiegata per misure su apparecchi che impegnano molta potenza (dell'ordine delle decine di kilowatt).

5.7 - La pinza di iniezione di corrente

Così come la si usa per misurare la corrente a radiofrequenza circolante nel circuito in prova e valutarne quindi l'emissività, la sonda di corrente può essere utilizzata per iniettare una corrente a radiofrequenza nel circuito stesso al fine di verificarne l'immunità. Le sonde utilizzate per l'iniezione prendono il nome di *pinza di iniezione di corrente* o *Bulk Current Injection probe*, che è il corrispettivo anglosassone di cui comunemente si usa l'acronimo BCI. La BCI è un dispositivo in grado di accoppiare induttivamente la sorgente del segnale, di solito un generatore od un amplificatore di potenza a radiofrequenza, al circuito in prova. Il suo funzionamento è reciproco rispetto alla sonda di corrente utilizzata in lettura: il campo magnetico generato da un avvolgimento toroidale di N spire (circuito primario) induce una forza elettromotrice nel circuito in prova (circuito secondario) che può essere un singolo cavo od un intero fascio che passa attraverso l'apertura del nucleo. L'effetto prodotto è la circolazione di corrente nel circuito secondario (tipicamente dell'ordine delle decine/centinaia di milliampere) in un campo di frequenza che si estende da qualche kilohertz ad alcune centinaia di megahertz.

Dal punto di vista costruttivo la BCI deve quindi essere realizzata in modo da massimizzare il trasferimento di energia dal generatore al circuito in prova e questo, come vedremo in seguito, la rende sostanzialmente diversa dalla sonda di corrente.

La BCI si caratterizza in termini di perdita di inserzione o *Insertion Loss IL* che descrive appunto la relativa inefficienza del dispositivo rispetto al collegamento diretto fra

⁹ Qua ci dobbiamo riferire alla permeabilità *differenziale*, oppure ad un valor medio sul ciclo di isteresi. È ben difficile predire qualcosa di generale, ma si può e si deve fare qualche stima caso per caso, oppure ricorrere ad esperimenti che ci garantiscano che l'entità del fenomeno è tollerabile nel caso specifico.

un generatore ed un carico adattato al quale il generatore trasferisce la sua potenza disponibile. La perdita di inserzione viene definita per una prestabilita configurazione di taratura dove la BCI è inserita in una cella di dimensioni standard (*Calibration Jig* vedi Fig. 28) che altro non è che un tratto corto di linea di trasmissione (70 mm) chiusa a ciascuna estremità su terminazione a 50Ω , una delle quali è l'impedenza interna di un misuratore di potenza che è lo strumento di lettura per la taratura.

La perdita di inserzione minima, ossia il limite inferiore teorico ottenibile, si avrebbe nel caso in cui tutta la potenza disponibile del generatore venisse assorbita dalla pinza e trasferita interamente, ed in parti uguali, alle due terminazioni. La perdita di inserzione IL varrebbe 2 in questo caso ideale (cioè 3 dB).

Nella realtà questo non accade e i dispositivi commerciali hanno valori di IL minimo a partire da 5-6 dB nella zona piatta della caratteristica di funzionamento, per aumentare considerevolmente (oltre i 30 dB) in bassa frequenza. Per definire la perdita di inserzione ed evidenziare i parametri costruttivi della pinza di corrente che ne determinano le caratteristiche facciamo riferimento ad un modello circuitale a costanti concentrate formato da due circuiti magneticamente accoppiati (Fig. 29).

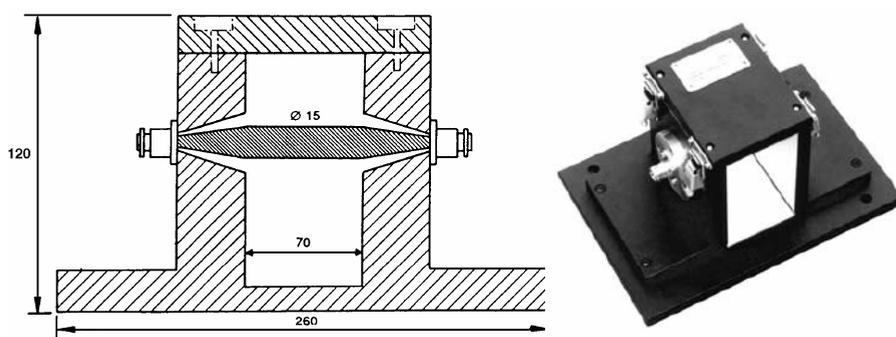


Figura 28 – Disegno meccanico della cella di calibrazione così come presente nella appendice A della Norma EN 61000-4-6; le dimensioni sono in millimetri e la profondità è 120 mm. A destra una realizzazione commerciale (dal catalogo del costruttore Schaffner)

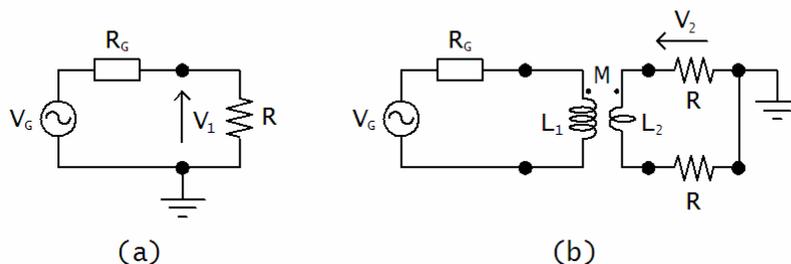


Figura 29 – Circuito equivalente a costanti concentrate della BCI chiusa sulla cella di taratura: (a) lettura di riferimento, (b) lettura della perdita di inserzione.

Il circuito primario è costituito dalla pinza, schematizzata con il coefficiente di autoinduzione L_1 , alimentata dal generatore V_G con resistenza interna R_G , mentre il secondario è costituito dalla cella di calibrazione schematizzata con il coefficiente di autoinduzione L_2 e dalle due terminazioni R , di ugual valore (50Ω). Una delle due R in Fig. 29 (b) rappresenta lo strumento di misura. Il coefficiente di mutua induzione è indicato con M .

La perdita di inserzione è definita come $IL = P_G/P_C$, dove $P_G = V_1^2/R$ è la potenza disponibile del generatore ($R_G = R$), e $P_C = (V_2)^2/R$ è la potenza misurata su una delle due terminazioni della cella di taratura.

Risolviendo il circuito in Fig. 29 (si tralasciano i passaggi matematici) si ottiene l'espressione della perdita di inserzione in funzione dei parametri circuitali

$$IL = \frac{\left| R + j\omega \left(L_1 + \frac{L_2}{2} \right) \right|^2}{(\omega M)^2} \quad (6)$$

Nella (6) si identifica la frequenza d'angolo $f_c = R/[2\pi(L_1 + L_2/2)]$. La IL tende all'infinito per $f \rightarrow 0$. Al crescere di f per valori bassi si vede che IL decresce col quadrato della frequenza per assumere poi un andamento piatto al disopra della f_c dato da $\overline{IL} = (L_1 + L_2/2)^2/M^2$. Il modello di Fig. 29 non contiene elementi atti a descrivere il comportamento a frequenze molto alte, oltre la zona piatta. Tale comportamento non è facilmente predicibile perché oltre a nascere fenomeni ondosi nel primario divengono anche non trascurabili gli accoppiamenti parassiti tra la BCI e la cella di calibrazione. L'effetto che si manifesta in alta frequenza è comunque un aumento della perdita di inserzione che di fatto ne stabilisce i limiti di impiego.

Poiché la perdita di inserzione in bassa frequenza è inversamente proporzionale al quadrato del coefficiente di mutua induzione, per minimizzare la perdita di inserzione dovremmo usare materiali ad elevata permeabilità magnetica (compatibilmente col rilassamento), agire sul volume del materiale magnetico aumentandolo, e adottare un elevato numero di spire.

Il valore minimo di \overline{IL} si ha quando l'accoppiamento mutuo fra primario e secondario è perfetto ($M^2 = L_1L_2$, $M = NL_2$, $L_1 = NM$) e vale

$$IL|_{\min} = \left(N + \frac{1}{2N} \right)^2 \quad (7)$$

Nel caso $N = 1$ si ha $IL|_{\min} = 2,25$ (cioè 3,5 dB).

La BCI è largamente usata nelle prove di suscettibilità, soprattutto per i test sugli autoveicoli e nel settore aerospaziale, in quanto unisce la semplicità di utilizzo alla relativamente modesta potenza di sorgente per produrre gli stessi effetti di campi radiati molto intensi.

Il campo di frequenza di impiego è limitato spesso dalla necessità di avere una bassa perdita di inserzione in zona piatta, il che implica avere un basso numero di spire (solitamente due o tre) e dunque una elevata perdita di inserzione in bassa frequenza. Se il campo frequenza da coprire è molto ampio, per intenderci da qualche kilohertz alle centinaia di megahertz è conveniente utilizzare due pinze di corrente, una per la bassa frequenza, con notevole volume di materiale magnetico ed elevata permeabilità e quindi usabile solo fino a qualche megahertz a causa dei problemi di rilassamento e dell'insorgere di fenomeni parassiti, e una per alta frequenza, più leggera, con limiti meno gravosi, tali da consentire il corretto funzionamento fino alle più alte frequenze tecnicamente rilevanti. Se dal punto di vista operativo questa soluzione appare sicuramente più onerosa, non è detto che lo sia dal punto di vista economico in quanto la perdita di inserzione incide in modo determinante sulla necessità di potenza e quindi sul costo dell'amplificatore a radiofrequenza, che rappresenta l'onere economico maggiore nell'allestimento della strumentazione per le prove di suscettibilità condotta a radio frequenza.

5.8 - Riferimenti

- [1] Luigi M. Millanta, “*Fundamentals of the EMC Current Probes*”, in Proc. 12th Int. Symp. and Exhib. on EMC, Zurich, pp. 585-590, Feb. 18-20, 1997.
- [2] Carlo F. M. Carobbi and Luigi M. Millanta, “*The Loading Effect of Radio-Frequency Current Probes*”, in Proc. 2006 Symp. on Instrum. and Meas. Tech. (IMTC), pp. 2050-2053, Sorrento, Apr. 24-27, 2006.
- [3] CISPR 16-1, “*Spécifications des méthodes et des appareils de mesure des perturbations radioélectriques et de l’immunité aux perturbations radioélectriques – Partie 1: Appareils de mesure des perturbations radioélectriques et de l’immunité aux perturbations radioélectriques*”, International Electrotechnical Commission, 2nd ed., , Oct., 1999.
- [4] Pier Paolo Capra, Flavio Galliana, “*Sistema per la taratura di pinze amperometriche in c.a.*”, in Tutto_Misure n. 1 – Febbraio 2006, Augusta Edizioni

VI - Misura di segnali deboli con analizzatore di spettro: sensibilità, accuratezza e precisione

6.1 - Introduzione

Nella compatibilità elettromagnetica si devono spesso rivelare livelli di segnale molto deboli. Questa circostanza si verifica, in particolare, quando si deve provare la conformità di un apparato al limite di norma per le emissioni di campo elettromagnetico di disturbo. Nella tecnica corrente si ricorre ad analizzatori di spettro o a ricevitori dello stesso tipo, specializzati per misure CEM, dotati di requisiti e apparecchiature ancillari conformi a specifiche di norma (il cosiddetto *ricevitore standard di radio-disturbi*, in inglese “ElectroMagnetic Interference receiver” o “EMI receiver”).

Ad esempio, la norma CEI EN 55022 [1] stabilisce che il limite di emissione di disturbo irradiato ad una distanza di 10 m da un Apparecchio per la Tecnologia dell’Informazione (ITE) di Classe B¹ è 30 dB(μV/m) fra 30 MHz e 230 MHz. Si usa in questo campo di frequenze un’antenna biconica (è la scelta tipica nella CEM) per la quale la minima tensione ai terminali di antenna, a parità di campo incidente, si ha agli estremi dell’intervallo di frequenza, cioè a 30 MHz o a 300 MHz. Assumiamo che il minimo della tensione si abbia a 30 MHz e che il fattore di taratura² della biconica valga 18 dB(1/m) a tale frequenza. La tensione ai terminali di antenna, se il campo incidente eguaglia il limite di norma, è pari a 30 dB(μV/m) – 18 dB(1/m), cioè 12 dB(μV). Se l’antenna è connessa all’analizzatore di spettro per tramite di 15 m di cavo RG 214/U, l’attenuazione a 30 MHz del cavo è di circa 0,5 dB, per cui la tensione all’ingresso dell’analizzatore di spettro è 12 dB(μV) – 0,5 dB, cioè 11,5 dB(μV), che è oggettivamente una tensione molto piccola in queste circostanze (circa 3,8 μV).

Ci chiediamo:

- 1) qual è il livello di segnale minimo discernibile dall’analizzatore di spettro?
- 2) Se il segnale da misurare è poco al di sopra del livello discernibile qual è l’errore che ci possiamo aspettare nella misura dell’ampiezza di un segnale tanto debole?

Si analizzano nel seguito questi due aspetti, fondamentali per la misura.

¹ Vale per apparecchi destinati ad essere utilizzati in un ambiente residenziale.

² Il fattore di taratura *ACF* (Antenna Calibration Factor), di un’antenna è definito come rapporto fra l’ampiezza del campo elettrico incidente *E* e l’ampiezza *V* della tensione ai terminali di antenna, ossia $ACF = E / V$. Nella definizione di *ACF* è implicito il fatto che i terminali di antenna devono essere connessi ad un carico definito, nel caso nostro 50 Ω. L’unità di misura di *ACF* è 1/m. È consuetudine esprimere *ACF* in unità logaritmiche, vedi ulteriori dettagli in Cap. I, e la corrispondente unità di misura è dB(1/m).

6.2 - Livello minimo discernibile con analizzatore di spettro

La sensibilità dell'analizzatore di spettro, cioè la minima potenza o tensione rivelabile³, è limitata dal rumore equivalente all'ingresso dello strumento. Questo rumore è bianco, gaussiano, a valore medio nullo. La potenza di rumore equivalente vale $FkTB$, dove k è la costante di Boltzmann ($k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K), T è la temperatura assoluta (fissata convenzionalmente a 290 K), B è la banda equivalente di rumore dell'analizzatore di spettro e F è il suo fattore di rumore. A scopo esemplificativo si riporta in Fig. 30 il rumore presente sul video di un analizzatore di spettro (traccia grigia). È mostrato anche per confronto un debole segnale in corrispondenza della frequenza centrale di 70 MHz. L'agitazione termica si traduce in un livello di rumore minimo, insopprimibile, presente in qualunque circuito, dato da kTB , in termini di potenza di rumore disponibile (rumore termico). Il fattore di rumore F esprime pertanto quante volte il livello di rumore equivalente all'ingresso è più intenso del minimo imposto dalla termodinamica. Il peggioramento è dovuto al rumore aggiunto dallo strumento. Se all'ingresso dello strumento colleghiamo un resistore di valore pari alla resistenza di ingresso⁴ la potenza di rumore termico che il resistore dissipa sulla resistenza d'ingresso è kTB ma la potenza di rumore equivalente all'ingresso (quella che viene visualizzata sul video dello strumento) è F volte più grande, cioè $FkTB$. Lo strumento aggiunge la potenza $(F-1)kTB$ all'ineliminabile minimo termico. Conviene ragionare in termini di *potenza di rumore termico equivalente* all'ingresso: si prende atto che tutto va come se all'ingresso venisse dissipata la potenza di rumore termico $FkTB$ (anziché kTB , come in effetti avviene) e lo strumento fosse ideale (cioè non introducesse rumore). Per gli analizzatori di spettro F ha valori tipicamente compresi fra 200 e 400 (cioè fra 23 dB e 26 dB⁵).

Negli analizzatori di spettro moderni il comando che agisce sull'attenuatore tarato all'ingresso dello strumento è coordinato col guadagno dell'amplificatore a frequenza intermedia: ad un aumento dell'attenuazione di ingresso si fa corrispondere un uguale aumento del guadagno. Così facendo l'ampiezza del segnale sul video si mantiene invariata al variare dell'attenuazione⁶. Il valore dell'ampiezza del segnale letto è direttamente il valore applicato all'ingresso dello strumento, qualunque sia l'attenuazione interna. Aumentando quindi l'attenuazione interna di una certa quantità il livello di rumore visibile sul video viene amplificato della stessa quantità. Il fattore di rumore è specificato in condizione di assenza di attenuazione interna. Se l'attenuazione di potenza inserita vale

³ Potenza, tensione e corrente all'ingresso dell'analizzatore di spettro sono legate fra loro dal fatto che la resistenza d'ingresso dello strumento è fissata (50 Ω per la strumentazione di laboratorio, 75 Ω per la strumentazione TV).

⁴ Ricordiamo che il fattore di rumore, come la potenza di ingresso, quella di uscita e il guadagno sono definiti in condizioni di adattamento per il massimo trasferimento di potenza.

⁵ È abbastanza diffusa la convenzione di chiamare "cifra" di rumore il valore espresso in decibel, mentre si riserva il termine "fattore" a quando ci si riferisce al numero naturale.

⁶ Per la verità esiste un'altra opzione che consiste nel lasciare invariato il guadagno a frequenza intermedia: l'ampiezza del segnale sullo schermo si riduce con l'aumento dell'attenuazione, e la lettura diretta sullo schermo è ancora valida.

A tutto va come se la potenza di rumore equivalente all'ingresso fosse $A \cdot FkTB$. È evidente perciò che per aumentare la sensibilità occorre ridurre l'attenuazione.

La banda equivalente di rumore B è proporzionale alla banda del filtro di risoluzione (selettività) dell'analizzatore di spettro. Il valore numerico di B dipende, oltre che dalla larghezza di banda del filtro di risoluzione, dalla sua forma. Dato che la forma della risposta in frequenza del filtro di risoluzione ha andamento con buona approssimazione gaussiano, il fattore di proporzionalità fra la banda equivalente di rumore e la banda a -3 dB è 1,064 (che poi in pratica si approssima a 1,1). Ad esempio, se la banda di risoluzione a -3 dB è pari a 100 kHz la banda equivalente di rumore è circa 110 kHz.

La sensibilità dell'analizzatore di spettro è fornita, nelle specifiche dello strumento, in termini di *livello medio di rumore* (Average Noise Level, *ANL*, in inglese). Sebbene il valore medio del rumore termico equivalente all'ingresso sia nullo lo strumento rivela l'*inviluppo* del segnale applicato all'ingresso e l'*inviluppo* del rumore ha media maggiore di zero. *ANL* è definito, nelle specifiche dei costruttori, in condizioni di attenuazione interna pari a 0 dB, con una banda di risoluzione fissata e in scala logaritmica. Si estrae dal rumore il livello medio impostando una banda del filtro video⁷ dello strumento sufficientemente stretta rispetto alla banda di risoluzione. Si può dimostrare che *ANL* è inferiore a $FkTB$ di 2,51 dB, cioè, esprimendo $FkTB$ e *ANL* in dBm, $ANL = FkTB - 2,51$ dB. In Fig. 31 (traccia nera) è mostrato il livello di rumore medio (pedistallo a circa -101 dBm) e il segnale debole (ampiezza circa -87 dBm) estratti dal rumore grazie all'azione del filtro video.

Per dare un'idea quantitativa della sensibilità di un analizzatore di spettro prendiamo in considerazione il caso di uno strumento la cui cifra di rumore F vale 26 dB, la banda di risoluzione scelta sia 100 kHz e l'attenuazione interna A sia pari a 10 dB. *ANL* vale allora -90 dBm, cioè 17 dB(μ V). Si noti che questa sensibilità non è sufficiente allo svolgimento della prova di emissione radiata secondo la CEI EN 55022 sopra descritta⁸. È per questo motivo che, nelle prove CEM, l'ingresso dell'analizzatore di spettro è fatto precedere da uno stadio pre-amplificatore a basso rumore⁹ che consente una riduzione di 15 - 20 dB del livello di rumore medio, e quindi un pari incremento della sensibilità.

⁷ È un filtro passa-basso interno all'analizzatore di spettro e a valle del rivelatore di inviluppo. Impostando una banda del filtro video sufficientemente stretta vengono eliminate le fluttuazioni rapide del rumore e si rende visibile il valore medio. È anche utile per rendere più visibile un segnale debole, prossimo al livello del rumore.

⁸ La norma prevede in effetti l'uso di una banda di risoluzione a -6 dB di 120 kHz (per filtri gaussiani equivale ad una banda a -3 dB di circa 85 kHz), ma la conclusione non cambia.

⁹ Nei ricevitori standard il pre-amplificatore a basso rumore è interno allo strumento.

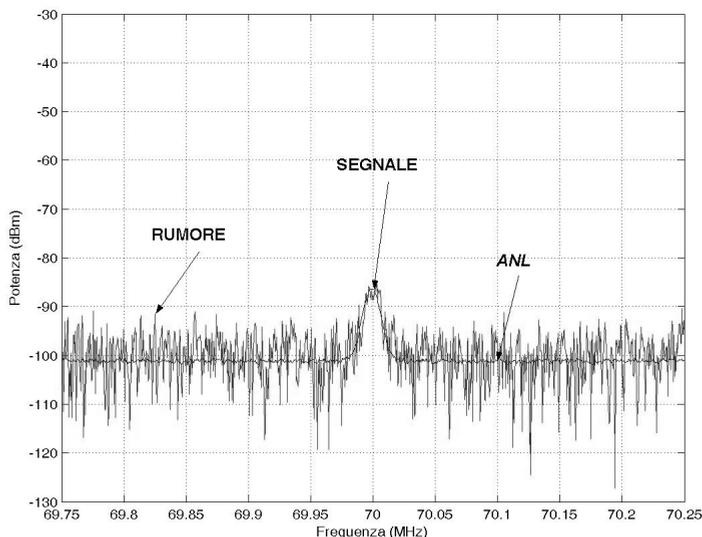


Figura 30 – Rumore nell’analizzatore di spettro e segnale debole. Le impostazioni dell’analizzatore di spettro sono: banda di risoluzione 10 kHz, banda del filtro video 3 MHz (traccia grigia) e 30 Hz (traccia nera), attenuazione interna 10 dB. Il segnale ha frequenza di 70 MHz e ampiezza di -87 dBm. Il livello di rumore medio (ANL) è circa -101 dBm.

6.3 - Accuratezza e precisione

Analizziamo ora i limiti di *precisione* e *accuratezza* nella misura di segnali prossimi al limite di sensibilità dell’analizzatore di spettro. Per una trattazione più semplice e diretta prenderemo in esame il caso in cui la scala verticale è lineare. Non è questa la modalità di uso più frequente dello strumento: infatti, dato che l’analizzatore di spettro viene usato generalmente per misurare simultaneamente segnali di ampiezza molto diversa, la scelta più naturale è la scala verticale logaritmica. Tuttavia il vantaggio proveniente dall’analisi del caso di scala logaritmica non ripaga il costo della maggior complicazione, per di più senza vantaggio in termini concettuali.

La misura di un segnale debole è affetta da un errore sistematico e da un errore casuale. L’*errore casuale* consiste nello scarto fra il valore misurato¹⁰ ed il valore atteso da una media di infinite misure (sulla terminologia si faccia riferimento a [2], [3] e [4]). L’entità dell’errore casuale, valutata in termini di valore quadratico medio, determina la *precisione* del valore misurato. L’*errore sistematico* è lo scarto fra il valore atteso da

¹⁰ Per “valore misurato” si può intendere proprio un singolo campione catturato dal ricevitore, e questa è la concezione più naturale ed elementare. Però si può intendere anche *la media* di un certo numero di campioni catturati, e questo è il criterio che può adottarsi quando si trattano segnali di ampiezza prossima al rumore: le fluttuazioni di singoli campioni, non mediate, possono essere molto più grandi del segnale, che rimane pertanto illeggibile. La media di N campioni è caratterizzata da una fluttuazione \sqrt{N} volte più piccola.

una media di infinite misure ed un valore assunto come riferimento per la grandezza misurata. L'entità dell'errore sistematico determina l'*accuratezza* del valore misurato (si veda [5] per una revisione critica dei termini "errore", "accuratezza" e "precisione"). Sperimentalmente il valore atteso si stima con la media di un numero molto elevato di misure e il valore di riferimento è il valore noto A (noto con incertezza trascurabile rispetto all'errore sistematico che si intende valutare) della ampiezza della tensione applicata all'ingresso dello strumento.

In Fig. 31 sono illustrati i due errori: casuale e sistematico. La media di 1000 acquisizioni permette di ottenere un valore medio A_m dell'ampiezza del segnale visualizzata la cui variabilità (la "rugosità" della traccia nera e sottile) è trascurabile rispetto alla variabilità dell'ampiezza A_e del segnale ottenuta dalla media di 10 acquisizioni¹¹ (traccia grigia). Si considera A_m una stima adeguata del valore atteso.

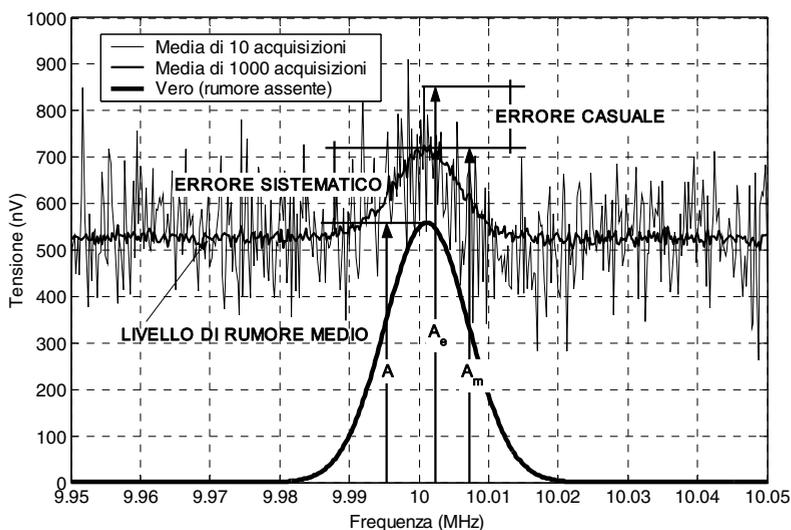


Figura 31 – Rappresentazione degli errori sistematico e casuale in una misura di segnale debole con analizzatore di spettro.

Il valore noto A dell'ampiezza del segnale applicato all'ingresso è in questo esempio 559 nV¹², di poco superiore al livello di rumore medio¹³, ANL , (circa 530 nV). Il valore atteso A_m è 720 nV (l'errore sistematico è quindi 161 nV, cioè 29 % in termini

¹¹ Confronta nota 10: la media di 10 acquisizioni è ciò che permette di rendere evidente la presenza del segnale. Senza media (traccia corrispondente ad una singola acquisizione) il segnale sarebbe stato a malapena discernibile.

¹² Valore efficace: corrisponde ad una tensione picco-picco di 50 mV al generatore, attenuata di 90 dB.

¹³ In scala lineare $ANL = \sqrt{\pi/2} \sqrt{FkTBR}$.

relativi e l'ampiezza A_e della media di 10 acquisizioni in corrispondenza del picco del segnale è 850 nV (errore casuale pari a 130 nV)¹⁴.

Se ripetessimo l'esperimento con cui si determina la media di 10 e di 1000 acquisizioni troveremmo che l'errore sistematico rimane invariato mentre l'errore casuale cambia da esperimento a esperimento.

È possibile correggere l'errore sistematico? Cioè è possibile trovare per via teorica un fattore correttivo per l'ampiezza A_m letta che permetta di ottenere l'ampiezza A del segnale applicato all'ingresso? La risposta è sì. È possibile determinare un fattore correttivo perché è nota la statistica dell'ampiezza della grandezza "segnale + rumore". È intuitivo che l'entità di tale correzione sarà tanto maggiore quanto più l'ampiezza del segnale è vicina al rumore. L'ampiezza della combinazione del segnale e del rumore è una variabile casuale che segue una particolare distribuzione asimmetrica detta di Rice¹⁵ [6]. Il fatto che il rumore mostrato sullo schermo dell'analizzatore di spettro segua una distribuzione asimmetrica (di Rice), sebbene il rumore equivalente all'ingresso dello strumento segua una distribuzione simmetrica (Normale), è dovuto al fatto che l'analizzatore mostra all'uscita l'ampiezza della grandezza che si sta osservando. L'ampiezza è ottenuta per tramite di un rivelatore di involuppo. Il rivelatore di involuppo è una rete non-lineare, e una rete non-lineare modifica la statistica del segnale applicato al suo ingresso¹⁶.

L'errore sistematico può essere corretto facendo riferimento alla Fig. 32(a). In ascissa è riportato il rapporto fra l'ampiezza A all'ingresso e il valore di ANL . In ordinate è riportato l'andamento del rapporto fra il valore atteso A_m e il valore di ANL . Il valore atteso A_m è sempre superiore ad ANL per qualunque valore della ampiezza della tensione applicata all'ingresso. Per ampiezza A nulla il valore atteso A_m coincide con ANL . Per valori non nulli dell'ampiezza A si ha uno scarto sistematico in eccesso fra A_m ed A che si riduce al crescere di A . Ad esempio se si applica all'ingresso una tensione A di ampiezza pari ad ANL , si può vedere che il valore atteso A_m della ampiezza della tensione visualizzata è pari a 1,36 volte ANL ¹⁷, (errore sistematico +36 %). Altro esempio con segnale più forte: se la lettura A_m sullo strumento è pari a 3 volte ANL , il valore corretto dell'ampiezza A è 2,89 volte ANL (v. Tabella 2) e l'errore sistematico si riduce a +3,8 %. Se facciamo riferimento al caso sperimentale di Fig. 30 il rapporto fra il valore atteso ed il livello di rumore medio, A_m / ANL , è pari a 720/530, ossia 1,36 che corrisponde proprio a $A / ANL = 1$. Quindi risulta che il valore dell'ampiezza del segnale applicato all'ingresso è pari a ANL , ossia 530 nV. In effetti il valore di A (noto sulla base del valore indicato dal generatore)

¹⁴ La frequenza del segnale è 10 MHz, la banda di risoluzione scelta è 10 kHz, l'attenuazione interna 0 dB, l'intervallo di frequenze esplorato attorno a 10 MHz è 100 kHz. Il caso sperimentale è stato ottenuto con un analizzatore di spettro del costruttore Hewlett & Packard, mod. 8591E.

¹⁵ Se il segnale è assente la statistica del rumore è descritta dalla distribuzione di Rayleigh, già citata in [6].

¹⁶ Basti pensare che una sinusoide applicata all'ingresso di un rivelatore di involuppo produce in uscita un segnale di valore costante pari all'ampiezza della sinusoide stessa: all'ingresso il segnale ha valor medio nullo, all'uscita il segnale ha valor medio pari all'ampiezza della sinusoide (comunque positivo).

¹⁷ Il potere risolutivo grafico è troppo limitato in figura per una lettura così accurata. Una lettura più dettagliata si ottiene dal calcolo numerico (v. in Tabella 2 alcuni dati selezionati).

era 559 nV, quindi rimane un piccolo scarto residuo, dopo la correzione, del 5,2 %, meno di 0,5 dB, del tutto compatibile con le incertezze dell'analizzatore di spettro e del generatore.

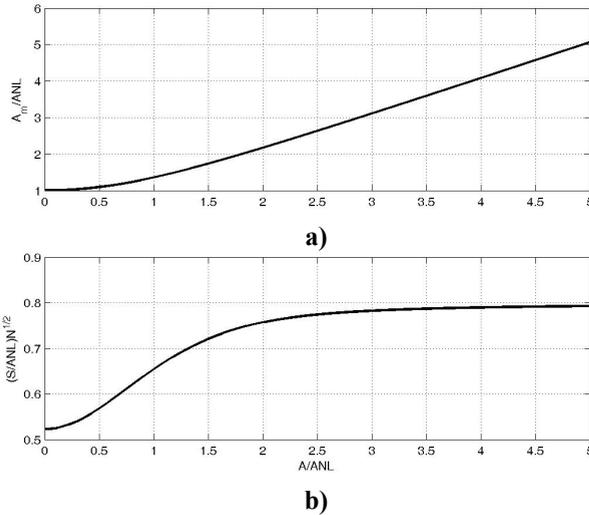


Figura 32 – (a) Rapporto fra valore atteso A_m dell'ampiezza visualizzata e livello di rumore medio ANL in funzione del rapporto fra valore dell'ampiezza applicata all'ingresso A ed ANL . Grafico da usare per la correzione dell'errore sistematico. (b) Rapporto fra S (radice quadrata del valore quadratico medio dell'errore casuale) ed ANL , moltiplicato per la radice quadrata del numero di acquisizioni N (numero su cui si media per ottenere il valore misurato A_e) in funzione del rapporto fra valore dell'ampiezza applicata all'ingresso A ed ANL . Grafico da usare per stimare l'errore casuale.

A_m/ANL	A/ANL	$(S/ANL)N^{1/2}$
1,01	0,16	0,53
1,02	0,23	0,53
1,05	0,36	0,55
1,10	0,51	0,57
1,20	0,73	0,61
1,36	1,00	0,65
1,50	1,20	0,68
2,00	1,81	0,75
2,20	2,04	0,76
2,50	2,36	0,77
3,00	2,89	0,78
3,50	3,41	0,79
4,00	3,92	0,79
4,50	4,43	0,79
5,00	4,94	0,79
6,00	5,95	0,79
7,00	6,95	0,80
8,00	7,96	0,80
9,00	8,96	0,80
10,00	9,97	0,80

Tabella 2: Stesse grandezze rappresentate graficamente in Fig. 32 ma tabulate in forma numerica. Notare che si è scelto di riportare A/ANL e $(S/ANL)N^{1/2}$ in funzione di A_m/ANL perché più conveniente dal punto di vista operativo.

Per una stima quantitativa dell'errore casuale si fa invece riferimento alla Fig.32(b). L'errore casuale è stimato dalla radice quadrata del suo valore quadratico medio, che chiamiamo S . In ordinata è riportato il rapporto fra S ed ANL moltiplicato per la radice quadrata del numero N di acquisizioni su cui si fa la media per ottenere l'ampiezza misurata A_e . Se ad esempio il valore misurato dell'ampiezza A_e è ottenuto da una singola acquisizione allora $N = 1$. Se A_e è ottenuto dalla media di 100 acquisizioni allora $N = 100$. L'andamento della curva in Fig. 32(b) è monotono crescente e vale $\sqrt{4/\pi - 1} = 0,523$ per $A/ANL = 0$ e tende asintoticamente al valore $\sqrt{2/\pi} = 0,798$ per $A \gg ANL$. Nel caso sperimentale di Fig. 32 abbiamo trovato, stimando l'errore sistematico, che $A/ANL = 1$, quindi, dalla curva in figura 33(b), e con maggior dettaglio dalla Tabella 2, risulta $(S/ANL)\sqrt{N} = 0,65$. Ne segue che nel caso di media di $N = 10$ acquisizioni (traccia grigia di Fig. 31) S è stimato attorno a 109 nV, nel caso di media di $N = 1000$ acquisizioni (traccia nera sottile di Fig. 31) S si riduce di un fattore 10, ossia attorno a 11 nV. Entrambi i valori sono in buon accordo (a vista) con il risultato sperimentale rappresentato in Fig. 31.

6.4 - Riferimenti

- [1] CEI EN 55022 “*Limiti e metodi di misura delle caratteristiche di radiodisturbo prodotto dagli apparecchi per la tecnologia dell'informazione*”, Comitato Elettrotecnico Italiano, seconda edizione, Maggio 1995.
- [2] ISO/IEC Guide 99:2007, “*International vocabulary of metrology - Basic and general concepts and associated terms (VIM)*”
- [3] IEC “*Multilingual dictionary*”, 5th ed., 2002 International Electrotechnical Vocabulary (IEV)
- [4] ENV 13005:1999, “*Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*”, 1999.
- [5] Giorgio Miglio “*Linguaggio delle misure: il caos persiste*”, in Tutto_Misure n. 1 – Febbraio 2006, Augusta Edizioni
- [6] Luca Oberto “*Incertezza delle misure di grandezze complesse*”, Tutto_Misure n. 3 – Settembre 2004, Augusta Edizioni

7 - Incertezza nelle misure e prove di compatibilità elettromagnetica

7.1 - Introduzione

La valutazione dell'incertezza nell'ambito della CEM richiede un approccio moderno, sostanzialmente diverso da quello metrologico tradizionale. Nella CEM si ha a che fare con incertezze grandi, molto maggiori di quelle che si incontrano nel campo metrologico in senso proprio, ed anche di quelle tipiche delle ordinarie misure di laboratorio di ricerca e sviluppo. Non si ha cioè a che fare con valori di alcuni per-cento, per non parlare di parti-per-milione. Nella CEM una grandezza (tensione, corrente, campo elettrico, campo magnetico) viene frequentemente determinata con un'incertezza che può essere, ad esempio, un fattore 2 a moltiplicare e a dividere la grandezza stessa: se 100 è la miglior stima, l'intervallo di valori ragionevolmente ammissibili può essere compreso fra 50 e 200. Questa enorme diversità quantitativa fra le incertezze (i percento o addirittura le parti-per-milione contro fattori di alcune unità) *induce la necessità di un approfondimento sui metodi di applicazione delle usuali tecniche di valutazione e trattamento delle incertezze al caso delle misure CEM*. Al tema sono dedicati, nello spazio di questo quaderno, due capitoli. In questo capitolo vengono presentati alcuni documenti di riferimento, con commenti utili per le applicazioni e l'interpretazione. Nel capitolo VIII si affronta il trattamento delle incertezze nella CEM in termini analitici e quantitativi, basandosi su un esempio specifico, che tuttavia contiene gli aspetti fondamentali validi per le altre applicazioni.

7.2 - Documenti di riferimento sulla incertezza nella CEM

La prima, ed ancora oggi unica, guida specifica sul trattamento delle incertezze nelle misure e prove CEM si chiama LAB 34 [1] ed è stata redatta dall'organismo che fornisce il servizio di accreditamento dei laboratori nel Regno Unito (United Kingdom Accreditation Service, UKAS)¹. Se ne suggerisce la lettura: è un documento preparato da un organismo autorevole; dà delle indicazioni pratiche e offre alcuni spunti utili di riflessione; usa una matematica elementare, è breve, è disponibile gratuitamente in Internet (vedi [1]).

LAB 34 è suddivisa in una prima parte metodologica ed in una seconda parte esemplificativa (un insieme di appendici). La *parte metodologica* fa espressamente riferimento

¹ La prima edizione della guida si chiamava NIS 81 e risaliva al 1994 (anno successivo alla pubblicazione della GUM da parte di ISO). NIS 81 ha subito varie revisioni (così come il National Measurement Accreditation Service, NAMAS, che ne curò la redazione) prima di giungere all'attuale LAB 34. NAMAS nel frattempo è divenuto UKAS.

alla GUM [2], in particolare ne eredita la classificazione delle componenti dell'incertezza in categoria A e categoria B e le relative tecniche di valutazione dell'incertezza. Tuttavia, rispetto alla GUM, è maggiormente orientata in senso applicativo, infatti:

1) usa un linguaggio e dei concetti più comprensibili per i non specialisti;

2) apporta notevoli semplificazioni: in LAB 34 è mostrato che, nel caso delle prove CEM, non si realizzano praticamente mai le condizioni per dover ricorrere alla distribuzione t di Student e alla formula di Welch-Satterthwaite per la valutazione dei gradi di libertà equivalenti. La trattazione dell'argomento t di Student e gradi di libertà equivalenti è perciò ridotta in una mezza pagina di appendice, e sostanzialmente messa da parte. Sono poi eliminati o ridotti certi contenuti difficili (anche al costo di una perdita di generalità), almeno in due casi fondamentali. Primo, non viene affrontato il caso di non-linearità non trascurabili. Si sarebbe potuto almeno far cenno al semplicissimo concetto, facilmente praticabile, di fare delle valutazioni puramente *numeriche* nella funzione che lega le grandezze d'ingresso alla grandezza di uscita². Secondo, viene considerata solo marginalmente l'eventualità di grandezze correlate. Questa ultima scelta appare discutibile. Meglio sarebbe stato considerare almeno l'analisi di caso peggiore (coefficienti di correlazione uguali a 1) a cui si può ricorrere se si sospetta correlazione fra le grandezze di ingresso e in particolare quando la CEM è un requisito essenziale in applicazioni critiche (ad esempio per la sicurezza e la salute delle persone).

La *parte metodologica* ha un'estensione di circa 8 pagine (contro le circa 28 dell'edizione originale inglese della GUM, esempi esclusi) nelle quali trovano spazio anche dei contenuti assenti nella GUM: un cenno alla distribuzione ad U e, soprattutto, (concetto basilare, irrinunciabile) si danno dei criteri per stabilire se il risultato di una prova è conforme o meno ad un limite.

La *parte esemplificativa* contiene delle tabelle con i bilanci di incertezza associati alle prove di emissione e suscettibilità radiata e condotta, scarica elettrostatica, potenza di disturbo. Una tabella è dedicata specificamente alla valutazione di incertezza nelle misure di perdita di inserzione (tecnica praticata ripetutamente nell'attività di taratura interna di un laboratorio). I valori assegnati alle varie componenti di incertezza sono indicativi, anche se verosimili, e non hanno ovviamente valore di specifica. Ogni laboratorio di prova assegnerà valori dipendenti dalla strumentazione, dalle informazioni e dalle competenze di cui dispone. I vari contributi sono sistematicamente combinati con coefficiente di sensibilità pari a 1: si tratta di una grossa semplificazione, discutibile, che richiederebbe approfondimenti e commenti sui limiti ammissibili per l'applicazione, ma che è tuttavia coerente con l'approccio pragmatico della guida.

Un documento molto simile nei contenuti alla parte esemplificativa di LAB 34 è la norma di base CISPR 16-4-2 [3]³. Anche in CISPR 16-4-2 sono riportate delle tabelle, per

² In definitiva, questo concetto, sistematizzato, porta all'applicazione del metodo Monte Carlo.

³ La capofila della serie CISPR 16, la norma di base CISPR 16-1, è dedicata alle specifiche della strumentazione e degli apparati ed ai metodi di misura nella CEM. Già nella sua prima edizione del 1993 lo studio del contenuto del documento, irrinunciabile per gli specialisti, era assolutamente sconsigliabile per chi intendesse accostarsi alla CEM da profano. Alla prima edizione del 1993 è seguita poi una seconda edizione più voluminosa e complessa nel 1999. Negli anni dal 2000 al 2003 CISPR ha pubblicato la serie CISPR 16-2, 16-3 e, sul tema dell'incertezza, la 16-4. Lo sforzo di CISPR, in particolare sul tema dell'incertezza, è stato notevole, considerata la mole dei documenti e la complessità dei contenuti. Purtroppo, all'investimento non ha corrisposto un adeguato progresso in termini di chiari e diretti indirizzi applicativi per i destinatari finali. I laboratori di prova debbono tuttora fronteggiare problemi interpretativi con i loro mezzi individuali.

le prove di emissione radiata e condotta, con i valori di incertezza assegnati alle varie grandezze di ingresso. Il bilancio delle incertezze è effettuato, anche in questo caso, assumendo pari a 1 i coefficienti di sensibilità. La distinzione fondamentale consiste nel fatto che *i valori di incertezza composta determinati da CISPR hanno valore normativo di riferimento nello stabilire la conformità o meno del risultato della prova al limite di emissione* (secondo un criterio diverso, più rigido di quello descritto nella parte metodologica di LAB 34).

In Italia, sul tema specifico incertezza e CEM, esiste un rapporto tecnico, di contenuto senz'altro originale, dell'Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris [4] che fornisce delle indicazioni sulle norme e sui centri di riferimento per la taratura della strumentazione e delle apparecchiature in uso nella CEM. In particolare, il rapporto raccomanda un intervallo di taratura per ciascun apparecchio e strumento considerato, e suggerisce la procedura del *controllo di taratura*: una verifica da svolgersi "in house", in alternativa alla taratura vera e propria, per estendere l'intervallo di taratura. Non è il caso qui di approfondire, ma, senz'altro, la procedura del controllo di taratura merita grande attenzione da parte dei laboratori di prova per i vantaggi che consente di ottenere, in termini sia di grande risparmio economico sia di capacità di verifica diretta della variazione nel tempo delle prestazioni della strumentazione⁴.

Ma qual è la specificità del trattamento delle incertezze nella CEM? UKAS non ne parla in LAB 34. Il fatto che la procedura di valutazione dell'incertezza descritta in LAB 34 sia ottenuta da una semplificazione della GUM, non è un requisito specifico della CEM. Anzi è una conseguenza indotta dalla complessità stessa della GUM, complessità originata dall'aspirazione degli estensori di redigere un documento che costituisca sì una guida, ma al tempo stesso fosse caratterizzato da un elevato livello di generalità e completezza. Prova ne è il fatto che siano nate delle guide più semplici derivate dalla GUM, come lo stesso LAB 34 oppure la Nota Tecnica 1297 di NIST [5], o in Italia, il Documento Tecnico DT-0002 di SINAL [6]. La difficoltà della GUM non contribuisce certo ad alleviare "I mali oscuri della gestione delle misure in azienda" [7]. CISPR, che nella serie di documenti CISPR 16-4 dedica complessivamente circa 170 pagine alla valutazione delle incertezze nella CEM, in [3] identifica (in un capoverso di poco più di 10 linee) due caratteristiche peculiari della incertezza nella CEM:

1) i risultati delle prove CEM sono molto sensibili alla configurazione di prova, in particolare alla disposizione dei cavi dell'apparato in prova, per cui la dispersione fra i risultati delle prove causata dalla scarsa riproducibilità è maggiore dell'incertezza di misura (di per sé ampia: CISPR valuta 4-5 dB di incertezza estesa nel bilancio delle incertezze delle prove radiate e delle condotte; UKAS, nella parte esemplificativa di LAB 34, giunge a conclusioni del tutto simili);

2) nella CEM è stata data più importanza alla standardizzazione della configurazione di prova, per aumentare la *riproducibilità*, piuttosto che alla riferibilità. Cioè, in altri termini, è stata data più importanza alla necessità che le prove svolte in laboratori diversi dessero lo stesso risultato (accuratezza della strumentazione e riproducibilità dell'allestimento di prova), piuttosto che il risultato fosse tecnicamente significativo in termini di rappresentatività di ciò che accade nell'uso sul campo⁵.

CISPR conclude che "... These important differences between CEM test methods

⁴ È quanto d'altronde prescrive la norma EN UNI 10012: 2004, la quale anche raccomanda l'esecuzione periodica della conferma metrologica dello strumento.

⁵ È lo stesso in molti altri settori tradizionali delle misure: misure di durezza, di cifra di perdita dei materiali magnetici, e vale anche per i circa 15 volumi di prove normalizzate pubblicate dalla ASTM.

and classical metrology tests, make it necessary to give specific guidance for evaluating uncertainties of CEM tests, in addition to generic uncertainty guides like the ISO Guide (GUM) on measurement uncertainties”.

La specificità del trattamento delle incertezze nella CEM esiste, e deriva dalla caratteristica intrinseca e fondamentale di questa disciplina: *la CEM deve modellare, predire e misurare fenomeni indesiderati, non intenzionali, che si originano nel funzionamento fuori specifica degli apparati*. I meccanismi di generazione dei disturbi, oggetto di misure e predizione, risiedono *al di fuori del controllo del progettista* e quindi sono soggetti ad un’ampia dispersione: dei valori predetti al variare dei modelli di predizione, dei valori predetti nei confronti dei valori misurati, dei valori misurati al variare delle condizioni di misura (fra cui la configurazione di prova, chiamata in causa da CISPR). Il trattamento statistico dei valori misurati richiede un adattamento a questa situazione di dispersione intrinsecamente ampia e, in termini pratici, praticamente irriducibile. Ciò non vuol dire che si renda necessario sviluppare una speciale teoria del calcolo probabilistico e statistico per la CEM ma è senz’altro evidente che *i concetti base e le tecniche esistenti nella letteratura fondamentale* (come gli attuali libri di testo) *sono stati concepiti per i bisogni di esperimenti dove l’accuratezza e la precisione in gioco costituiscono una frazione piccola della grandezza che deve essere determinata* (come nel caso di tarature di strumentazione da laboratorio).

7.3 - Riferimenti

- [1] LAB 34, “*The Expression of Uncertainty in EMC Testing*”, United Kingdom Accreditation Service (UKAS), 2002. Disponibile all’indirizzo Internet: http://www.ukas.com/information_centre/publications.asp, nell’elenco delle pubblicazioni utili per l’accreditamento dei laboratori a ISO/IEC 17025.
- [2] ENV 13005:1999, “*Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*”, 1999. La versione in lingua italiana è UNI CEI ENV 13005:2000.
- [3] CISPR 16-4-2, “*Specification for radio disturbance and immunity measuring apparatus and methods – Part 4-2: Uncertainties, statistics and limit modelling – Uncertainty in EMC measurements*”, International Electrotechnical Commission – Comité International Spécial des Perturbations Radioélectriques (CISPR), 2003.
- [4] M. Borsero, G. Vizio, “*Linee guida per la taratura di strumenti nel settore della compatibilità elettromagnetica (EMC)*”, Rapporto Tecnico 585, Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris, 1999.
- [5] Technical Note 1297, “*Guidelines for Evaluating and Expressing the Uncertainty of NIST Measurement Results*”, National Institute of Standards and Technology (NIST), USA, 1994. Disponibile all’indirizzo Internet: <http://physics.nist.gov/Pubs/guidelines/contents.html>
- [6] DT-0002, “*Guida per la valutazione e la espressione dell’incertezza nelle misurazioni*”, Sistema Nazionale per l’Accreditamento dei Laboratori (SINAL), 2000. Disponibile all’indirizzo Internet: <http://www.sinal.it/ita/documentiSINAL.htm>
- [7] Giorgio Miglio “*I mali oscuri della gestione delle misure in azienda*”, in Tutto_Misure n. 3 – Settembre 2004 Augusta Edizioni.

8 - Propagazione delle incertezze nelle misure di compatibilità elettromagnetica

8.1 - Introduzione

Nel capitolo 7 abbiamo discusso sulle circostanze per cui le misure CEM sono affette da grandi incertezze. Ciò è dovuto essenzialmente a: 1) complessità intrinseca dei metodi di prova, 2) oggetto delle misure sono grandezze elettriche indesiderate prodotte dagli apparati in prova o risposte degli apparati in prova a stimoli al di fuori del progetto e dell'uso intenzionali, 3) grande dinamica delle grandezze misurate, sia in ampiezza sia in frequenza. In queste condizioni la formula per la propagazione delle incertezze può rivelarsi inadeguata. Questo capitolo presenta una specifica applicazione nella quale si mettono in evidenza le problematiche fondamentali per la valutazione della propagazione delle incertezze, a partire dalle grandezze direttamente acquisite fino alla grandezza derivata che rappresenta lo scopo finale della determinazione. Si intende che la familiarità con i concetti qui studiati consenta l'applicazione degli stessi concetti a situazioni sperimentali più generali.

I laboratori di prove CEM in regime di qualità hanno l'obbligo di esprimere l'incertezza di misura. Recentemente CISPR ha pubblicato una serie di documenti concernenti l'incertezza nelle prove CEM [1]. In particolare nell'annesso 16-4-2 vengono fornite tabelle esemplificative del calcolo dell'incertezza composta per le prove di emissione condotta e radiata. Per stessa ammissione di CISPR, il documento può costituire un valido riferimento per coloro che necessitano di informazioni sia di base sia più approfondite sull'incertezza di misura nella CEM e su come tener conto dei singoli contributi di incertezza nelle catene di misura, ma *non è una guida né può sostituire le valutazioni indipendenti di ciascun laboratorio*. Tali valutazioni richiedono, in alcuni casi, elevati livelli di competenza tecnica se non scientifica.

L'esempio che segue consiste nella valutazione dell'incertezza del campo radiato da un'antenna in prossimità del suolo (circostanza sempre postulata nelle misure CEM di emissioni radiate). Vengono evidenziati e dimostrati: a) la complessità di una valutazione dell'incertezza in una tipica misura CEM, b) i limiti di applicabilità della formula per la propagazione delle incertezze, c) i limiti associati alle imperfezioni del modello fisico (rappresentativo di una realtà necessariamente semplificata), compresa l'inclusione di una verifica sperimentale.

8.2 - Valutazione dell'incertezza di campo radiato

I termini che contribuiscono all'incertezza del campo lontano, radiato da un'antenna, sono originati da: il guadagno dell'antenna, la potenza disponibile del generatore, le riflessioni multiple lungo la linea che connette l'uscita del generatore all'ingresso dell'an-

tenna (incertezza di disadattamento), la descrizione geometrica della configurazione sperimentale. Qui viene esaminato il contributo associato alla geometria. Viene poi presentata la verifica sperimentale.

8.2.1 - Incertezza associata alla imperfetta conoscenza della geometria

Si consideri un'antenna trasmittente (sorgente) posta ad altezza h_T sopra ad un piano di massa infinito e perfettamente conduttore, come illustrato in Fig. 33.

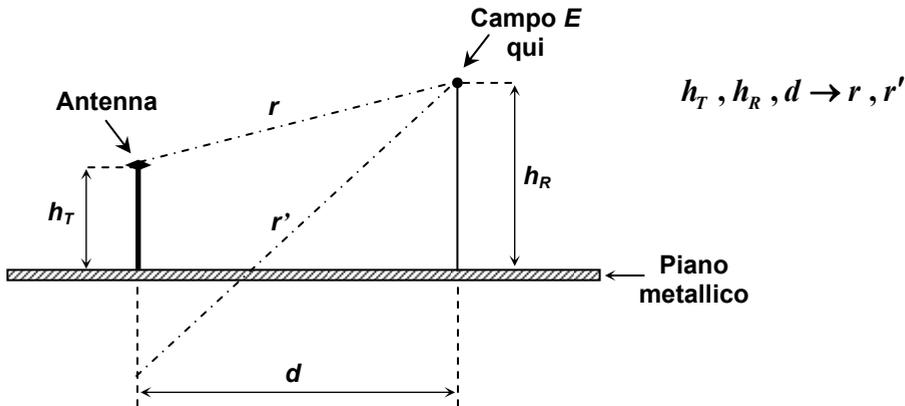


Figura 33 – Disposizione geometrica dell'antenna trasmittente e del punto di misura rispetto al piano metallico di riferimento.

Si assume che l'antenna abbia polarizzazione orizzontale e sia isotropa sul piano ortogonale al suo asse. L'intensità di campo E a distanza d (parallelamente al piano) e altezza h_R è

$$E = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{\zeta g p}{4\pi}} \left[1 - \frac{r}{r'} \exp[-j\beta(r'-r)] \right] \quad (1)$$

dove ζ è l'impedenza di spazio libero, ($\zeta \approx 377 \Omega$), g è il guadagno di antenna, p è la potenza disponibile del generatore, $\beta = 2\pi/\lambda$ e λ è la lunghezza d'onda. Le distanze r e r' sono date da $r = \sqrt{d^2 + (h_R - h_T)^2}$, $r' = \sqrt{d^2 + (h_R + h_T)^2}$. In unità logaritmiche $E = G + P - R + 104,77$ dB, dove E rappresenta adesso il campo elettrico in dB(μ V/m), G è il guadagno di antenna in dB, P è la potenza disponibile in dBm, R è il termine geometrico in dB(1/m), $R = -20 \log \left(\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \exp[-j\beta(r'-r)] \right] \right)$. I termini G , P , R sono grandezze indipendenti che contribuiscono all'incertezza composta σ_E tramite la somma $\sigma_E = \sqrt{\sigma_G^2 + \sigma_P^2 + \sigma_R^2}$ (è evidentemente logico supporre che non esistano correlazioni tra G, P, R). Se G e P sono conosciuti esattamente, allora abbiamo $\sigma_E = \sigma_R$. È sull'incertezza associata al termine geometrico, σ_R , che concentriamo la nostra attenzione.

Consideriamo la propagazione su R delle incertezze di d (scarto tipo σ_d), h_T (scarto tipo σ_{h_T}), h_R , (scarto tipo σ_{h_R}), cioè determiniamo σ_R in funzione di σ_d , σ_{h_T} e σ_{h_R} . Le grandezze d , h_T e h_R sono determinate sperimentalmente attraverso tre misure indipendenti, quindi applicando la regola base per la propagazione delle incertezze in assenza di correlazioni, si ottiene

$$\sigma_R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial d} \cdot \sigma_d\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial h_T} \cdot \sigma_{h_T}\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial h_R} \cdot \sigma_{h_R}\right)^2} \quad (2)$$

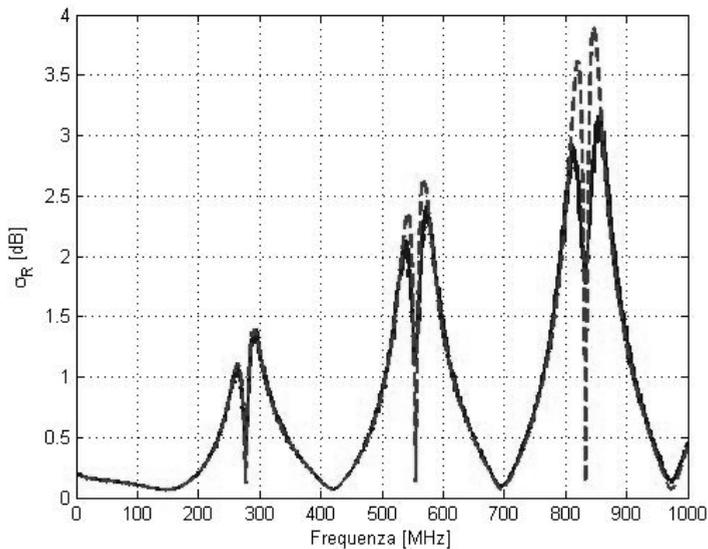


Figura 34 – Incertezza sul campo elettrico al variare della frequenza valutata con la regola base per la propagazione delle incertezze (linea tratteggiata, vedi formula (2) nel testo), e con la tecnica Monte Carlo (linea continua).

In Fig. 34, linea tratteggiata, è mostrato l'andamento in frequenza di σ_R , calcolato secondo la (2), per $d = 3$ m, $h_T = 1$ m, $h_R = 2$ m, tutte valutate con la stessa incertezza relativa tipo dello 1%. Si può dimostrare (ma non lo facciamo qui) che i minimi di incertezza si hanno a frequenze per cui il campo è massimo (vedi Fig. 34, massimi di campo a 139 MHz, 417 MHz, 694 MHz, 972 MHz). Questa è una proprietà ben nota. Si osservi poi che i minimi di incertezza, valutati secondo la (2), hanno valore indipendente dalla frequenza. I massimi di incertezza si hanno invece a cavallo delle frequenze per cui si ha un minimo di campo elettrico (278 MHz, 555 MHz, 833 MHz in Fig. 34). I minimi di campo elettrico sono quindi critici, nel senso che, in uno stretto intervallo di frequenze attorno alle frequenze di minimo del campo elettrico, l'incertezza varia rapidamente raggiungendo *valori di diversi decibel* (ad esempio circa 2,5 dB attorno a 555 MHz).

L'analisi condotta con l'equazione (2) è valida al di sotto di un limite superiore di

frequenza. Ciò può essere spiegato tenendo conto che al crescere della frequenza l'incertezza del termine $r' - r$ diviene una frazione apprezzabile della lunghezza d'onda (si veda l'equazione (1), dove $\beta = \lambda / 2\pi$). Di conseguenza il comportamento non lineare della funzione esponenziale non è trascurabile e l'equazione (2) perde di validità.

La linea continua in Fig. 34 mostra i risultati della propagazione dell'incertezza ottenuti con il metodo della propagazione delle distribuzioni (vedi [2], la tecnica Monte Carlo). Si sono ipotizzate distribuzioni uniformi per d , h_t e h_R (stessi valori centrali e stessi scarti tipo delle precedenti derivazioni) ma conclusioni del tutto analoghe, sia qualitativamente sia quantitativamente, si sarebbero ottenute con altre distribuzioni (gaussiana, triangolare ...). Confrontando i due andamenti rappresentati in Fig.33 notiamo un ottimo accordo alle basse frequenze. Alle frequenze più alte l'incertezza valutata con la equazione (2) è stimata in eccesso (più di 1 dB a 800 – 900 MHz) rispetto a quella valutata con la tecnica Monte Carlo. Inoltre (proprietà non distinguibile nella scala della Fig. 34), l'incertezza valutata con la tecnica Monte Carlo ha minimi di ampiezza crescente con la frequenza e l'incertezza tende ad un valore asintotico costante (mentre la regola base della propagazione delle incertezze prevede un aumento illimitato dell'incertezza al crescere della frequenza). È quindi confermato che, alle frequenze più elevate, la regola di propagazione delle incertezze non è più applicabile.

8.2.1 - Verifica sperimentale

In Fig. 35 è mostrato l'andamento in frequenza dello scarto tipo simulato con la tecnica Monte Carlo (curva a tratteggio) e misurato (curva a tratto continuo) in un caso sperimentale in cui la configurazione geometrica è stata intenzionalmente e ripetutamente variata entro un margine prestabilito. È stata utilizzata una coppia di antenne log-periodiche in polarizzazione orizzontale, a 3 m di distanza e 2 m di altezza. La variazione della distanza è stata mantenuta entro ± 10 cm, la variazione dell'altezza entro ± 4 cm. Sono stati effettuati 30 spostamenti a caso. Le misure sono state condotte all'interno di una camera schermata semi-anechoica per prove CEM a 10 m.

Dalla Fig. 35 si deduce che la tecnica Monte Carlo permette di prevedere l'andamento in frequenza dell'incertezza, in particolare prevede correttamente l'alternanza di massimi e minimi al variare della frequenza. Inoltre è confermata la crescita con la frequenza dell'ampiezza dei minimi dell'incertezza. Anche dal punto di vista quantitativo l'accordo è buono: la discrepanza massima fra i picchi dell'andamento simulato e misurato è circa 1 dB, con la predizione in eccesso sulla misura (teniamo presente che si sta esaminando uno scostamento fra incertezze, una sorta di variazione del II ordine). Si consideri che: 1) nella simulazione con la tecnica Monte Carlo è stato tenuto in conto lo *spostamento del centro di fase delle due antenne log-periodiche* con la frequenza. Se non si fosse tenuto conto di questo fatto fisico fondamentale, nemmeno l'andamento in frequenza della simulazione sarebbe stato in accordo con la misura (alternanza di minimi e massimi discorde fra predizione e misura); 2) se si fosse usata la regola base della propagazione delle incertezze, anziché la tecnica Monte Carlo, la discrepanza fra predizione e misura sarebbe stata molto superiore (diversi decibel per frequenze intorno al gigahertz); 3) nel modello descritto dalla equazione (1) si assume la isotropia delle antenne trasmettente e ricevente. Nel caso delle antenne log-periodiche questa assunzione non è verificata in modo soddisfacente e ciò, presumibilmente, è la causa di gran parte dello scostamento osservato. Per una verifica di questa conclusione occorre tuttavia un'indagine approfondita sul diagramma di radiazione delle antenne log-periodiche.

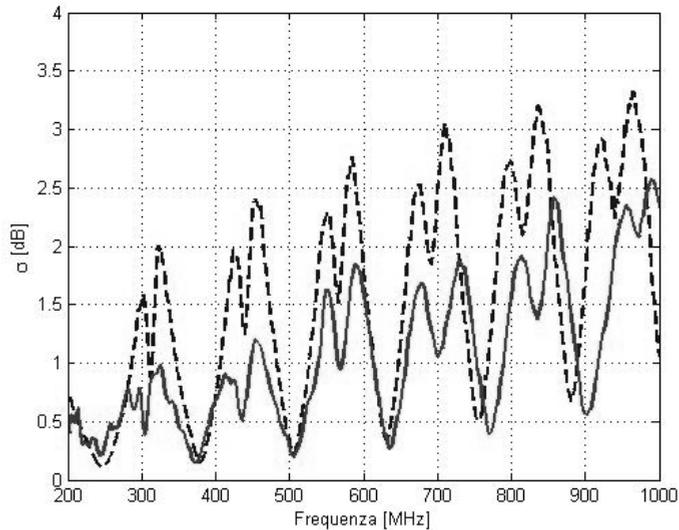


Figura 35 – Incertezza sul campo elettrico ottenuta per tramite di simulazione con la tecnica Monte Carlo (linea tratteggiata) e misura (linea continua).

8.3 - Conclusioni

Le valutazioni di incertezza di misura nella CEM sono spesso complesse e possono richiedere l'uso di strumenti di analisi specifici per trattare le ampie variazioni delle grandezze coinvolte. In un apparentemente semplice collegamento fra due antenne sul suolo, l'incertezza sulla configurazione geometrica si ripercuote, in casi pratici, in un'incertezza di alcuni decibel sul campo elettrico misurato a frequenze superiori a poche centinaia di megahertz. La valutazione di tale incertezza richiede, alle frequenze più elevate, dove le incertezze sulle distanze divengono una frazione apprezzabile della lunghezza d'onda, l'uso di tecniche numeriche (metodo Monte Carlo). Pur utilizzando tecniche numeriche di analisi per la valutazione delle incertezze, discrepanze dell'ordine del decibel fra scarto tipo previsto e misurato sono osservabili e imputabili all'imperfetta aderenza del modello matematico alla realtà fisica. Un affinamento della stima dell'incertezza richiede quindi un approfondimento della conoscenza fisica del problema mediante esperimenti mirati o simulatori elettromagnetici basati su potenti tecniche di analisi quali il Metodo dei Momenti (MoM) e il Metodo agli Elementi Finiti (FEM).

8.4 - Riferimenti

- [1] Serie CISPR 16-4 (16-4-1, 2, 3, 4), “*Specification for radio disturbance and immunity measuring apparatus and methods – Uncertainties, statistics and limit modelling*”, International Special Committee on Radio Interference (CISPR), prima edizione, Novembre 2003.
- [2] “*Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement - Supplement 1: Numerical Methods for the Propagation of Distributions*”, Supplemento 1, 2004-03-16: 2004.

La Compatibilità Elettromagnetica viene vista, da coloro che non la conoscono, come un insieme variegato e un po' misterioso di tecniche per la soppressione dei disturbi e dei loro percorsi di accoppiamento alla vittima. Le prove di emissione ed immunità radiata e condotta sono un fantasioso carosello di tecniche di misura che poco hanno a che vedere con i rigorosi e consolidati metodi delle misure elettriche che si insegnano e si praticano (troppo poco) negli istituti tecnici e nelle università. Di conseguenza l'esperto di queste faccende viene chiamato "EMC guru", cioè colui che conosce le imperscrutabili regole del "black-magic design". Gli Autori di questo volumetto della collana dei Quaderni del GMEE intendono offrire un assaggio di Compatibilità Elettromagnetica, mettendo in evidenza i principi unificanti di questa disciplina e delle sue tecniche di indagine e prova. Particolare rilievo è stato dato alla valutazione delle incertezze di misura, considerandola un sicuro antidoto contro i guru.

Autori

Carlo F. M. Carobbi è nato a Pistoia nel 1968. Si è laureato con lode in Ingegneria Elettronica nel 1994 presso l'Università di Firenze con una tesi sulla Compatibilità Elettromagnetica della rete di distribuzione dell'energia. Nel 2000 ha ottenuto il titolo di Dottore di Ricerca in Telematica lavorando sulla caratterizzazione fisica della rete di distribuzione dell'energia utilizzata come mezzo di comunicazione. Dal 2001 è ricercatore del Dipartimento di Elettronica e Telecomunicazioni dell'Università di Firenze dove è docente dei corsi di Misure di Compatibilità Elettromagnetica e Misure Elettriche. La sua attività di ricerca è dedicata sia al progetto secondo criteri di Compatibilità Elettromagnetica sia alle misure ed alla valutazione dell'incertezza di misura.

Marco Cati è nato a Prato nel 1976. Laureato nel 2001 con lode ed Encomio Solenne in Ingegneria Elettronica presso l'Università di Firenze, con una tesi di Compatibilità Elettromagnetica sulle misure di impedenza in alta frequenza. Nel 2005 consegue il titolo di Dottore di Ricerca in Ingegneria dell'Affidabilità, Manutenzione e Logistica lavorando sul tema delle incertezze di misura nelle prove di Compatibilità Elettromagnetica. Dal 2004 è responsabile della Compatibilità Elettromagnetica di Esaote S.p.A. La sua attività di ricerca è rivolta principalmente allo studio ed all'analisi delle incertezze di misura in sistemi complessi nel settore della Compatibilità Elettromagnetica.

Luigi M. Millanta è nato a Livorno nel 1936. Si è laureato in Ingegneria Elettrica nel 1962 presso l'Università di Pisa. Dal 1963 al 1984 è stato ricercatore del CNR presso l'I.R.O.E. di Firenze. Dal 1984 al 2006 ha tenuto il corso di Compatibilità Elettromagnetica e, dal 2000, anche di Misure Elettroniche presso l'Università degli Studi di Firenze, come Professore Associato. La sua attività di ricerca riguarda i componenti per microonde allo stato solido, le misure di campi elettromagnetici, i pericoli delle radiazioni, l'ipertermia perfusionale ed Elettromagnetica per l'oncologia e diverse problematiche di Compatibilità Elettromagnetica.

Carlo Panconi è nato a Pistoia nel 1967. Laureato nel 2003 in Ingegneria Elettronica presso l'Università di Firenze con una tesi di Compatibilità Elettromagnetica sulle tecniche di prova di suscettibilità alle correnti indotte a radiofrequenza. Dal 1988 è insegnante nel triennio degli Istituti Tecnici e Professionali. Dal 2005 è dottorando in Controlli non distruttivi presso l'Università di Firenze. La sua attività di ricerca nella Compatibilità Elettromagnetica è finalizzata alla individuazione di tecniche di progettazione per l'immunità ed alla analisi delle prove di suscettibilità.

€ 14,00

ISBN 978-88-903149-1-9



9 788889 031491 9 >