

Capitolo Primo

Metrologia e incertezza di misura

1.1 Introduzione: il linguaggio della metrologia

La metrologia è la scienza che si occupa della misura di grandezze fisiche. Il processo di misura invece consiste in un insieme di operazioni atte ad assegnare un insieme di valori ad una grandezza fisica, tramite un procedimento sperimentale. La grandezza che sottoponiamo al processo di misura viene chiamata *misurando* e il sistema che circonda e contraddistingue tale misurando prende il nome di *sistema misurato*.

Ovviamente chi misura dovrà necessariamente considerare alcune informazioni indispensabili alla definizione del misurando e del sistema misurato, informazioni legate ad alcuni stati fisici che possono far sentire la loro influenza, quali il tempo, la temperatura o l'umidità. Tali informazioni permetteranno di innalzare il livello qualitativo dell'intero processo di misura. Riuscire ad elevare questo livello qualitativo significherà ridurre il margine di interpretazione e dunque migliorare il dettaglio con cui può essere stimato il misurando in esame.

Il risultato di una misurazione indica sinteticamente quante volte la grandezza misurata contiene o è contenuta in una grandezza della stessa specie, convenzionalmente assunta come unità di misura, o con un suo multiplo o sottomultiplo. Tali grandezze di riferimento, descritte dal Sistema Internazionale (SI) [1], che sarà affrontato nel paragrafo successivo, potranno essere unità di base oppure derivate da unità di base oppure ancora adimensionali con valori espressi da numeri puri.

E' importante sfatare subito un luogo comune e cioè che il misurando sia caratterizzato da un unico valore. Non è così. Chiariremo in seguito il perché ma per adesso è importante evidenziare subito che il processo di misura, e dunque l'atto della *misurazione*, non può generare come unico risultato un numero razionale quantizzato rappresentativo di tale atto; a questa informazione dovrà essere aggiunta una qualche informazione legata alla sua validità e dunque alla qualità di tutto il processo di misura, oltre naturalmente ad essere riferito alla corrispondente unità di misura: ciò riguarda proprio il tema proposto e cioè la definizione di *incertezza di misura*.

Nei paragrafi successivi vedremo come quanto detto si traduca nel fatto che il risultato di una misura sia costituito proprio da un intervallo di valori numerici razionali con associata un'unità di misura.

E chiaro adesso come un processo di misura riesca a trasformare un misurando sconosciuto in un risultato di misura dotato di informazioni accessorie che ne determinano la qualità. Per riuscire a ottenere tutto ciò saranno necessari strumenti o sensori, campioni e spesso anche un sistema di acquisizione ed elaborazione dati con software dedicato.

E' possibile immaginare come tutto ciò richieda anche alcuni aspetti formali che tratteremo in minima parte nei paragrafi seguente, quali procedure documentate di misurazione, tarature con campioni di riferimento organizzati gerarchicamente con incertezza crescente per permettere confronti successivi e infine norme legate alla conformità del processo ai requisiti previsti.

1.2 Organismi per la metrologia e Sistema Internazionale (SI)

La metrologia è da sempre una disciplina di notevole rilievo sia a livello scientifico e tecnologico che a livello produttivo e di scambio di prodotti, per tale motivo nel 1875 a Parigi fu siglato un accordo denominato la "Convenzione del Metro" che costituì il primo passo verso una standardizzazione nella definizione delle unità di misura. All'epoca i paesi firmatari erano 17, adesso, ad agosto 2012, sono 56 stati membri e 36 stati associati. Il trattato ha costituito varie organizzazioni con l'incarico di operare congiuntamente:

- ❖ *la Conférence Générale des Poids et Mesures (CGPM)*, conferenza dei delegati di tutti gli stati membri che si riunisce periodicamente per attuare iniziative finalizzate alla diffusione del Sistema Internazionale di Unità di Misura (SI) adottato nel 1960;

- ❖ *il Bureau International des Poids et Mesures (BIPM)*, centro internazionale di metrologia con sede a Sèvres, organo esecutivo di CGPM, ideatore e custode dei campioni primari internazionali;

- ❖ *il Comité International des Poids et Mesures (CIPM)*, comitato tecnico-scientifico che si riunisce ogni anno presso il BIPM con il compito di discutere la documentazione che gli viene sottoposta dai suoi comitati consultivi.

Tali organismi hanno la funzione di esaminare dettagliatamente i progressi nel campo della fisica che influenzano direttamente la metrologia, l'individuazione, la pianificazione ed esecuzione di confronti dei campioni nazionali di misura inoltre svolgono consulenza per CIPM sui lavori

scientifici nei laboratori del BIPM. Dei Comitati Consultivi fa parte, ad esempio, il *Comité consultatif d'électricité et magnétisme (CCEM)* che si occupa delle realizzazioni pratiche del volt, ohm, ampere e watt tramite le definizioni del Sistema Internazionale. Nei paesi economicamente più avanzati sono presenti degli istituti metrologici, collegati ai suddetti organismi internazionali, che svolgono attività di ricerca e supporto all'industria nazionale. In Italia tali compiti sono svolti dall'Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica (**INRIM**), l'Istituto Nazionale di Metrologia delle Radiazioni Ionizzanti (**INMRI**), l'Agenzia nazionale per le nuove tecnologie, l'energia e lo sviluppo economico sostenibile (**ENEA**) e il Servizio di Taratura in Italia (**SIT**).

L'**INRIM**, nato il 1° gennaio 2006 dalla fusione dell'Istituto Elettrotecnico Nazionale "Galileo Ferraris" (IEN) e dell'Istituto di Metrologia "Gustavo Colonnetti" del Consiglio Nazionale delle Ricerche (IMGC), effettua studi e ricerche finalizzati alla realizzazione dei campioni primari delle unità di base e derivate definite nel Sistema Internazionale, mantiene nel tempo, confronta a livello internazionale e mette a disposizione i campioni realizzati. Numerosi sono gli ambiti di ricerca di base ed applicata di cui si occupa, le costanti fisiche fondamentali, i materiali, la metrologia per la chimica, le nanotecnologie, la realizzazione di nuovi dispositivi e di strumentazione innovativa per la misurazione.

L' **INMRI** svolge attività di ricerca sui metodi di base e sui mezzi di misura delle radiazioni ionizzanti con particolare attenzione alle necessità della radiodiagnostica, della radioterapia e della radioprotezione. In tale ottica, l'istituto assicura a livello nazionale la funzione di istituto metrologico primario mediante la realizzazione dei campioni nazionali e la diffusione, attraverso tarature, delle unità di misura nel settore delle radiazioni ionizzanti.

L'agenzia **ENEA** si occupa di tematiche quali efficienza energetica, fonti rinnovabili, ambiente e clima, sicurezza e salute, nuove tecnologie. Su tali aspetti l'ente esegue attività di ricerca di base e industriale avvalendosi di competenze a largo spettro e di impianti sperimentali, laboratori e strumentazioni avanzate.

Il **SIT** è svolto dall'ente italiano *Accredia*, organismo di accreditamento che attesta la competenza di un laboratorio ad effettuare tarature e quindi a emettere i relativi certificati. Ricordiamo che per **ciclo di taratura** o di **calibrazione** si intende la procedura che confronta uno strumento con un altro, di qualità superiore, o con un campione ottenendo un livello di incertezza inferiore a quello che lo strumento possedeva prima di questo ciclo. Ne parleremo anche al punto 8 del paragrafo 4.4.

1.3 Unità fondamentali e supplementari

Il Sistema Internazionale di Unità di misura, attualmente il sistema dominante di misurazione, è stato istituito nella 11^a CGPM tenutasi nel 1960 a Parigi. La principale ragione della sua esistenza è legata alla possibilità di ottenere, sullo stesso misurando, misure compatibili (vedi equazione 1.4) a livello globale. Le unità di misura sono state ridefinite negli anni in maniera sempre più rigorosa. Il riferimento internazionale sugli aggiornamenti introdotti dalla CGPM nel *SI* è un opuscolo pubblicato dal BIPM con il nome “*BIPM SI brochure*” [1]. E' infatti essenziale riferirsi a campioni primari riconosciuti nel più ampio contesto possibile. *SI* definisce e stabilisce le unità di misura adottate nei paesi membri, sette sono le grandezze fisiche fondamentali: **lunghezza, massa, tempo, corrente elettrica, temperatura termodinamica, quantità di sostanza e intensità luminosa**. Da notare che nonostante ci siano oltre un centinaio di grandezze descrittive per tutti i fenomeni fisici conosciuti allo stato attuale, le loro unità di misura possono sempre essere ricavate da queste ultime sette. Le quantità fisiche fondamentali sono per convenzione considerate indipendenti e sono riportate nella seguente tabella:

Grandezza Fondamentale	Simbolo della grandezza	Simbolo della dimensione	Unità SI	
			Nome	Simbolo
Lunghezza	l, x, r	L	metro	m
Massa	m	M	kilogrammo	kg
Tempo	t	T	secondo	s
Intensità di corrente elettrica	I, i	I	ampere	A
Temperatura termodinamica	T	Θ	kelvin	K
Quantità di sostanza	n	N	mole	mol
Intensità luminosa	I_v	J	candela	cd

Tabella 1.1 Grandezze fisiche fondamentali, simboli usati per identificarne un singolo valore, lettere per rappresentazione dimensionale e relative unità di misura secondo *SI*.

Si può subito notare che se le unità si riferiscono a un nome proprio il loro simbolo è rappresentato da una lettera maiuscola, viceversa è sempre rappresentato da lettera minuscola.

Inizialmente definito come la quaranta milionesima parte del meridiano terrestre e poi realizzato mediante una sbarra di platino-iridio, l'unità di lunghezza, il **metro**, è adesso definito come la misura del tragitto percorso dalla luce nel vuoto in un intervallo di tempo pari a $1/299\,792\,458$ di secondo, come ridefinito nella 17^a CGPM (1983). Ne consegue che la velocità della luce nel vuoto è per definizione $299\,792\,458$ metri al secondo ($c_0 = 299\,792\,458$ m/s).

Dalla fine del 1997 è possibile compiere esperimenti in laboratorio per realizzare il metro con un'incertezza di 10^{-10} m (il concetto di incertezza sarà poi chiarito in dettaglio nel paragrafo 1.6). Tale risultato è conseguibile sfruttando la relazione $\lambda = c_0 / \nu$ (λ lunghezza d'onda, c_0 velocità della luce nel vuoto, ν frequenza della radiazione) e impiegando oscillatori laser stabilizzati a frequenza nota (con accuratezza relativa $\Delta\nu/\nu$ minore di 10^{-10}) la cui emissione viene utilizzata in sistemi di misura di tipo interferometrico [1]. Il prototipo originale del metro, una barra in platino e iridio utilizzata per definirlo nella 1^a CGPM (1889), è tuttora conservato presso il BIPM in condizioni specificate all'epoca.

L'unità di massa, l'unica definita nella *SI* in relazione ad un manufatto e non a una proprietà fisica, è il **kilogrammo** (1^a CGPM). Il kilogrammo è la massa del campione internazionale conservato in aria all'interno di tre campane di vetro presso il BIPM, nei sotterranei del padiglione di *Breteuil*, a Sèvres. Si tratta di un cilindro in lega di platino per il 90% e di iridio per il 10%. A causa dell'inevitabile accumulo di sostanze contaminanti sulla sua superficie il manufatto è soggetto ad un aumento di circa $1\ \mu\text{g}$ ogni anno con inaccuratezza relativa: ($\Delta m/m \approx 10^{-9}$). Per tale motivo il CIPM ha dichiarato che, in attesa di ulteriori ricerche per definire l'unità per mezzo di costanti fondamentali, la massa di riferimento del prototipo internazionale è quella del cilindro dopo aver subito una specifica procedura di pulizia e lavaggio. Nonostante le condizioni di conservazione controllate e la procedura per togliere gli agenti contaminanti dalla superficie del manufatto, si è assistito nel tempo ad una variazione di massa del campione, motivo per cui si sta procedendo alla sostituzione della vecchia definizione con una nuova, non più di tipo materiale, basata sul numero di atomi presenti nel cilindro metallico.

Questo anche per soddisfare i requisiti che un buon campione deve avere e cioè di accuratezza, di accessibilità, di stabilità e di riproducibilità, requisiti questi che un campione materiale non può avere per essere in linea con i tempi, dove accuratezza e accessibilità, stabilità e riproducibilità, sono spesso inconciliabili tra loro.

I campioni secondari, identici al prototipo internazionale per costituzione fisica, vengono comparati in aria con il primo modello mediante bilancia differenziale con un'incertezza relativa dell'ordine di 10^{-9} . Per i campioni in acciaio inox vengono effettuati confronti in aria con quelli secondari in lega ma l'incertezza relativa in tal caso diventa dell'ordine di 10^{-8} a causa della notevole differenza di volume dei campioni che comporta una differente spinta aerostatica dell'aria (il campione più voluminoso, in acciaio, risente maggiormente di tale spinta).

Definito un tempo per via astronomica, il **secondo** è l'unità di tempo definita adesso come la durata di 9 192 631 770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra i due sotto-livelli energetici dello stato fondamentale dell'atomo 133 di cesio (13^a CGPM, 1967). Ne consegue che la scissione iperfine nello stato fondamentale del cesio 133 è esattamente 9 192 631 770 Hz.

Tale definizione si riferisce ad un atomo di cesio alla temperatura di 0 K, cioè un atomo di cesio cosiddetto "imperturbato dalla *radiazione del corpo nero*", ovvero in un ambiente in cui la temperatura termodinamica è 0 K. Esiste un ristretto numero di laboratori operanti per il BIPM che sono riusciti a riprodurre il secondo con un'incertezza molto piccola (nel 2010 sono arrivati all'ordine di 10^{-16} s e dunque si sbaglia di un secondo ogni 300000000 di anni). Per far ciò hanno progettato e realizzato oscillatori elettrici altamente stabili per generare frequenze il cui rapporto con quella di transizione dell'atomo considerato è noto con un'incertezza molto piccola. Naturalmente è stato necessario stimare e correggere traslazioni in frequenza del dispositivo provocate dal fenomeno relativistico dell'effetto Doppler e dalla radiazione termica dell'ambiente. I campioni primari vengono utilizzati per tarare orologi al cesio¹ dei laboratori nazionali di tempo e frequenza.

L'**ampere** viene definito teoricamente come quella intensità di corrente elettrica che, se mantenuta costante in due conduttori rettilinei paralleli, di

¹Tali orologi, in genere di tipo commerciale, sono caratterizzati da un'elevata stabilità di frequenza a lungo termine: riescono a mantenere un'accuratezza dell'ordine di 10^{-14} s per alcuni mesi dopo la taratura, rendendoli ideali per comunicazioni via satellite e sistemi GPS.

lunghezza infinita, di sezione trasversale circolare trascurabile e posti alla distanza di 1 metro nel vuoto, produrrebbe fra tali conduttori, una forza attrattiva o repulsiva (in base alla discordanza o meno dei versi delle correnti) pari a $2 \cdot 10^{-7} N$ per metro di lunghezza (9^a CGPM, 1948).

Ne consegue che la costante magnetica, nota anche come permeabilità magnetica nello spazio libero (vuoto), è proprio $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \Omega \cdot s \cdot m^{-1}$ oppure $H \cdot m^{-1}$. La realizzazione accurata dell'ampere è molto complessa: le migliori rappresentazioni in laboratorio, con incertezze relative dell'ordine di 10^{-7} , vengono ottenute per deduzione da combinazioni di altre grandezze fisiche fondamentali quali watt, volt e ohm. Il watt viene realizzato elettricamente tramite confronto per equilibrio con il watt meccanico, procedura analoga viene utilizzata anche per il volt mentre l'ohm viene creato tramite un condensatore denominato di *Thompson-Lampard* in cui si varia la capacità variando la distanza di un elettrodo di guardia. Tuttavia tali soluzioni sono difficilmente riproducibili e poco stabili pertanto i laboratori metrologici preferiscono usare gli effetti quantistici Josephson e Hall per ricreare il volt e l'ohm.

Il **kelvin**, unità di temperatura termodinamica, è la frazione $1/273.16$ della temperatura termodinamica del punto triplo dell'acqua, (10^a CGPM, 1954). Ne risulta che la temperatura termodinamica del punto triplo dell'acqua è 273.16 kelvin ($T_{tpw} = 273.16 K$). Considerato come viene definito il kelvin, è pratica comune esprimere la temperatura termodinamica T in termini di differenza rispetto alla temperatura di riferimento $T_0 = 273.15 K$ (punto di congelamento):

$$T(^{\circ}C) = T(K) - T_0 \quad (1.1)$$

L'espressione (1.1) fornisce la temperatura in gradi Celsius ($^{\circ}C$). In molti paesi si adotta anche il grado Fahrenheit ($^{\circ}F$) basato sulla formula:

$$T(^{\circ}F) = \frac{9}{5}T(^{\circ}C) + 32$$

L'incertezza che si può raggiungere nella misura di temperatura con termometri primari è dell'ordine di $10^{-3} K$, per temperature fino a 373 K, oltre l'incertezza aumenta. I termometri primari sono utilizzati nei laboratori di misura ed hanno la peculiarità di rispondere perfettamente ad equazioni matematiche in cui figurano costanti fisiche note.

La **mole** è la quantità di sostanza di un sistema che contiene tante entità elementari quanti sono gli atomi in 0.012 kg di carbonio 12 (^{12}C), (14^a CGPM, 1971). Quando si usa la mole, le entità elementari devono

essere specificate e possono essere atomi, molecole, ioni, elettroni, altre particelle o gruppi specifici di particelle.

La definizione di mole fa scaturire il problema di quantificare esattamente tale numero di particelle: il valore numerico, chiamato costante di Avogadro (N_A o L), è stato attualmente ricalcolato dall'*International Avogadro Coordination* (IAC, spesso chiamato semplicemente “Progetto Avogadro”) mediante cristallografia a raggi X con un’incertezza di circa $2 \cdot 10^{-8}$ ed è stato valutato pari a $N_A = 6.022\,140\,78 \cdot 10^{23}$ [1].

La **candela** è l’intensità luminosa, in una data direzione, di una sorgente che emette una radiazione monocromatica di frequenza $540 \cdot 10^{12}$ Hz e la cui intensità energetica in tale direzione è di:

$$1/683 \text{ W} \cdot \text{sr}^{-1}, \text{ (16}^{\text{a}} \text{ CGPM, 1979).}$$

La realizzazione della candela viene fatta con lampade standard da laboratorio e metodi radiometrici ottenendo un’incertezza relativa dell’ordine di 10^{-3} . Per semplificare, una comune candela emette luce con un’intensità luminosa di circa 1 cd; ipotizzando di oscurare parte dell’emissione con una barriera opaca di un determinato angolo solido, l’emissione sarà sempre di 1 cd misurata nelle direzioni libere.

La grandezza intensità luminosa è legata alla facoltà percettiva dell’occhio umano. Per tale motivo nella definizione si usa una frequenza di emissione prossima al verde ($\approx 555 \text{ nm}$) nello spettro visibile, frequenza per la quale l’occhio umano presenta maggior sensibilità. Il fattore arbitrario 1/683 che figura nella formula appena scritta è stato scelto per far coincidere la definizione con quella vecchia basata sulla luce emessa durante la fusione di un campione di platino.

Oltre a queste sette unità fondamentali nel *SI* esistono due unità **supplementari**: il **radiante** (*rad*), definito come quell’angolo piano con il vertice al centro di una circonferenza che sottende un arco di lunghezza pari al raggio, e lo **steradiano** (*sr*), definito come quell’angolo solido con il vertice al centro di una sfera e che sottende una calotta di area pari ad un quadrato con lato pari al raggio della sfera.

1.4 Unità derivate, multipli e sottomultipli, regole di scrittura

Le unità derivate del *SI* vengono formate da prodotti di potenze delle unità di base secondo le relazioni algebriche che definiscono le grandezze derivate. Tali unità di misura sono dette **coerenti** quando sono ottenute come prodotto o quoziente delle unità fondamentali che non includano

fattori numerici diversi da uno, in caso contrario le unità derivate vengono denominate **non coerenti**. A titolo di esempio: m/s è unità di velocità coerente; cm/s , km/s , mm/s non lo sono. Il termine coerente è quindi usato nel seguente senso: quando si usano unità coerenti le equazioni tra i valori numerici delle grandezze hanno la stessa forma delle equazioni tra le grandezze corrispondenti. L'espressione dell'unità di misura coerente di una quantità derivata può essere ottenuta dal prodotto dimensionale delle quantità che la realizzano, sostituendo al simbolo di ogni dimensione quello dell'unità fondamentale corrispondente. *SI* ha attribuito nomi particolari ad alcune unità coerenti per semplificare la loro espressione. È importante sottolineare che ogni quantità fisica ha una sola un'unità coerente *SI*, anche se questa unità può essere espressa in forme diverse, l'inverso non è vero: in alcuni casi la stessa unità *SI* può essere utilizzata per esprimere grandezze diverse. In tabella 1.3, a pagina successiva, un elenco delle principali grandezze derivate con i rispettivi simboli. La CGPM ha inoltre adottato una sequenza di prefissi da anteporre alle unità di misura per identificare i relativi multipli e sottomultipli, convenienti per esprimere i valori di grandezze che sono molto più grandi o molto più piccoli delle unità fondamentali o derivate coerenti:

Multipli			Sottomultipli		
Fattore	Nome	Simbolo	Fattore	Nome	Simbolo
10^1	deca	da	10^{-1}	deci	d
10^2	hecto	h	10^{-2}	centi	c
10^3	kilo	k	10^{-3}	milli	m
10^6	mega	M	10^{-6}	micro	μ
10^9	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{12}	tera	T	10^{-12}	pico	p
10^{15}	peta	P	10^{-15}	femto	f
10^{18}	exa	E	10^{-18}	atto	a
10^{21}	zetta	Z	10^{-21}	zepto	z
10^{24}	yotta	Y	10^{-24}	yocto	y

Tabella 1.2 Multipli e sottomultipli delle unità di misura SI. I prefissi tera e pico sono stati adottati nella 11^a CGPM (1960), femto e atto nella 12^a CGPM (1964), peta e exa nella 15^a CGPM (1975), i restanti, nella 19^a CGPM (1992).

Grandezza derivata coerente	Nome	Simbolo	Espressione in termini di unità fondamentali	Espressione in termini di altre unità SI
Frequenza	hertz	<i>Hz</i>	s^{-1}	-
Forza	newton	<i>N</i>	$m\,kg\,s^{-2}$	-
Pressione	pascal	<i>Pa</i>	$m^{-1}kg\,s^{-2}$	N / m^2
Energia, lavoro, quantità di calore	joule	<i>J</i>	$m^2kg\,s^{-2}$	$N\,m$
Potenza, flusso radiante	watt	<i>W</i>	$m^2kg\,s^{-3}$	$J\,s$
Carica elettrica, quantità di elettricità	coulomb	<i>C</i>	$A\,s$	-
Differenza di potenziale elettrico, forza elettromotrice	volt	<i>V</i>	$m^2kg\,s^{-3}\,A^{-1}$	W / A
Capacità	farad	<i>F</i>	$m^{-2}kg^{-1}\,s^4\,A^2$	C / V
Resistenza elettrica	ohm	Ω	$m^2kg\,s^{-3}\,A^{-2}$	V / A
Conduttanza elettrica	siemens	<i>S</i>	$m^{-2}kg^{-1}\,s^3\,A^2$	A / V
Flusso magnetico	weber	<i>Wb</i>	$m^2kg\,s^{-2}\,A^{-1}$	$V\,s$
Densità di flusso magnetico	tesla	<i>T</i>	$kg\,s^{-2}\,A^{-1}$	Wb / m^2
Induttanza	henry	<i>H</i>	$m^2kg\,s^{-2}\,A^{-2}$	Wb / A

Tabella 1.3 Grandezze derivate, nomi, simboli e relative espressioni in unità di misura *SI* fondamentali e non.

Regole di scrittura. I simboli delle unità di misura, con i multipli e sottomultipli, non sono mai né accentati né seguiti dal punto (ad esempio ms e non ms.) e seguono sempre il valore numerico a cui si riferiscono (ad esempio 7 kHz e non kHz 7). L'unità di misura se non è accompagnata dal valore numerico va sempre scritta per esteso e mai simbolicamente (ad esempio "l'Ampere è l'unità di misura della corrente" e non "l'A è l'unità di misura della corrente"). I prefissi vengono riportati di seguito all'unità di misura fondamentale o derivata senza spazio(ad esempio kg e non k g). I prefissi dei multipli, ad eccezione di "da", "h" e "k", sono scritti in maiuscolo mentre quelli dei sottomultipli vengono scritti in minuscolo. Il gruppo formato dal prefisso e dall'unità di misura costituisce un nuovo simbolo che può essere elevato a potenza positiva o negativa e combinabile con altri simboli, come possiamo osservare nel seguente esempio:

$$3.4\text{cm}^3 = 3.4(\text{cm})^3 = 3.4(10^{-2}\text{m})^3 = 3.4 \cdot 10^{-6}\text{m}^3$$

Nel caso si voglia riportare l'unità di misura in forma estesa, vale la regola generale di scriverla con la lettera iniziale minuscola, poiché trattasi di nome comune, lo stesso si fa per la forma estesa dei multipli e sottomultipli, scriveremo quindi, ricordando che non si usa il plurale: megahertz, kilometro, milliampere, microsecondo. Non è consentito usare più di un prefisso alla volta né va usato singolarmente (ad esempio è errato scrivere 1 mμA, si scrive 1 nA, come è errato scrivere "il numero di atomi di Cu nel campione considerato è 8 M" bensì scriveremo: "il numero di atomi di Cu nel campione considerato è 8 · 10⁶").

I prefissi SI sono usati anche con unità di misura non SI ma non sono accettati per le unità di tempo: minuti, min; ore, h; giorni, d.

I prefissi di tabella 1.2 sono riferiti a potenze in base 10, purtroppo nonostante SI ne abbia espressamente vietato l'utilizzo, spesso gli stessi prefissi vengono utilizzati in ambito informatico per esprimere capacità di memoria o altre grandezze in base 2. Scrivere o associare la seguente:

$$1\text{kilobyte} = 2^{10}\text{byte}$$

è quindi sbagliato in base a SI. Pertanto 1 kB è:

$$1\text{kilobyte} = 10^3\text{byte} = 1000\text{byte}$$

Al fine di evitare equivoci SI raccomanda l'uso dei prefissi in base 2 approvati da istituti nazionali di standardizzazione quale IEC (*International Electrotechnical Commission*, un'importante organizzazione internazionale

per la definizione di standard in campo elettrico e elettronico), riportati in tabella seguente.

Multipli		
Fattore	Nome	Simbolo
2^{10}	kibi	Ki
2^{20}	mebi	Mi
2^{30}	gibi	Gi
2^{40}	tebi	Ti
2^{50}	pebi	Pi
2^{60}	exbi	Ei
2^{70}	zebi	Zi
2^{80}	yobi	Yi

Tabella 1.4 Multipli in base 2 approvati da IEC.

Anche se tali prefissi non fanno parte del *SI*, dovrebbero essere utilizzati nel settore delle tecnologie e dell'informazione al fine di evitare l'uso non corretto dei prefissi *SI* (esempio comune sono le capacità delle memorie di massa).

1.5 Unità di misura non coerenti con *SI*

In alcuni settori permane l'uso di determinate unità di misura non riconosciute dal *SI*, sia per motivi di rilevanza storica, sia perché tali unità fanno parte della nostra cultura (si pensi alle unità di tempo e di angolo) o perché parte integrante di costanti fondamentali.

Nella tabella successiva figurano unità di misura non coerenti al *SI* che tuttavia sono state accettate dal CIPM perché utilizzate ampiamente nella quotidianità.

Grandezza	Nome	Simbolo	Espressione in termini di unità SI
Tempo	minuto	<i>min</i>	1 min=60 s
	ora	<i>h</i>	1 h=60 min=3 600 s
	giorno	<i>d</i>	1 d=24 h= 86 400 s
Angolo piano	gradi	°	1°=($\pi/180$) rad
	minuti	'	1'=(1/60)°=($\pi/10\ 800$) rad
	secondi	"	1"=(1/60)'=($\pi/648\ 000$) rad
Area	ettaro	<i>ha</i>	1ha = 1hm ² = 10 ⁴ m ²
Volume	litro	<i>L, l</i>	1L = 1l = 1dm ³ = 10 ⁻³ m ³
Massa	tonnellata	<i>t</i>	1t = 10 ³ kg
	libbra	<i>Lb</i>	1 lb = 0.453 592 37 kg
	carato	-	1 carato = 2 · 10 ⁻⁴ kg
Lunghezza	micron	μ	1 μ = 10 ⁻⁶ m
	pollice	<i>in</i>	1 in = 0.0254 m
Energia	elettronvolt	<i>eV</i>	1 eV = 1.602 176 53 · 10 ⁻¹⁹ J
Massa	dalton	<i>Da</i>	1 Da = 1.660 538 86 · 10 ⁻²⁷ kg
	unità di massa atomica	<i>u</i>	1 u = 1 Da
Lunghezza astronomica	unità astronomica	<i>ua</i>	1 ua = 1.495 978 706 91 · 10 ¹¹ m

Tabella 1.5 Unità di misura non coerenti al SI accettate dal CIPM.

La prossima tabella contiene unità di misura il cui valore corrispondente in unità SI è stato determinato sperimentalmente. Le prime tre sono state accettate da parte del CIPM per l'utilizzo con il SI mentre le altre non hanno ricevuto un'approvazione formale da parte dell'istituto. Le unità elencate sono ancora usate perché in certi settori è conveniente esprimere risultati di osservazioni sperimentali o risultati teorici in termini di costanti naturali fondamentali.

Grandezza	Nome	Simbolo	Espressione in termini di unità SI
Unità naturali (n.u.-natural unit-non SI)			
Velocità	n.u. di velocità	c_0	299 792 458 m/s
Azione	n.u. di azione (costante di <i>Plank</i>)	\hbar	$6.626\,069\,57 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Massa	n.u. di massa	m_e	$9.109\,3826 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Tempo	n.u. di tempo	$\hbar / (m_e c_0^2)$	$1.288\,088\,6677 \cdot 10^{-21} \text{ s}$
Unità atomiche (a.u.-atomic unit-non SI)			
Carica	a.u. di carica	e	$1.602\,176\,53 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Massa	a.u di massa	m_e	$9.109\,3826 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Azione	a.u. di azione	\hbar	$1.054\,571\,68 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Lunghezza	a.u di lunghezza, bohr	a_0	$1.054\,571\,68 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Energia	a.u di energia, <i>hartree</i>	E_h	$4.359\,744\,17 \cdot 10^{-18} \text{ J s}$
Tempo	a.u di tempo	\hbar / E_h	$2.418\,884\,326\,505 \cdot 10^{-17} \text{ s}$

Altre unità non SI			
Pressione in metrologia e medicina	bar, millimetri di mercurio, atmosfera	bar mmHg atm	1 bar = 0.1 MPa = 100 kPa = 10^5 Pa 1 mmHg \approx 133.322 Pa 1 atm = 101 325 Pa
Lunghezza in fisica nucleare e astronomia	Ångström Anno luce	Å a.l.	1 Å = 0.1 nm = 100 pm = 10^{-10} m 1 a.l. = $9.46 \cdot 10^{15}$ m

Distanza in navigazione	miglio nautico o miglio marino	M	1 M = 1852 m
Velocità in navigazione	Nodo (miglio nautico o marino all'ora)	kn	1 kn = (1852/3600) m/s
Rapporto di quantità in scala logaritmica	bel decibel neper	B dB Np	Non sono propriamente unità di misura! – vedi paragrafo 4.3

Tabella 1.6 Unità di misura non SI.

1.6 Risultato di misura come intervallo di valori

Come abbiamo accennato nel primo paragrafo il risultato di misura sarà dunque costituito da un intervallo numerico con associata un'unità di misura. Istintivamente l'elemento centrale di tale intervallo può essere giudicato come quello maggiormente rappresentativo ma è qui il caso di sottolineare come, in mancanza di qualche elemento aggiuntivo che ci convinca diversamente, ogni elemento di tale intervallo ha la stessa identica valenza degli altri, la stessa dignità, nel rappresentare il risultato di misura che gli compete.

In ogni caso può essere utile identificare tale intervallo come un intorno simmetrico centrato rispetto ad un valore di riferimento: la semiampiezza di tale intervallo rappresenta proprio l'incertezza associata al risultato della misura. Proprio in quest'ottica l'incertezza è un'indicazione chiara del livello qualitativo raggiunto nel processo di misura: maggiore sarà l'intervallo e più grande sarà l'incertezza assegnata al processo di misura che l'ha generata, degradando così progressivamente la qualità di quanto ottenuto.

Potremo definire il seguente intervallo di valori:

$$M = (m \pm u_m) [u.m.] \quad (1.2)$$

Dove m è il valore centrale di tale intervallo che spesso viene indicato con il nome, vagamente fuorviante, di *valore di misura*, u_m l'incertezza assoluta di misura (*measurement uncertainty*), vedremo per definizione

sempre positiva, e $[u.m.]$ indica l'unità di misura di riferimento, come introdotto nel paragrafo precedente.

Abbiamo appena visto come l'espressione dell'incertezza di misura sia necessaria per valutare il livello qualitativo dell'intero processo di misura, senza incertezza non sarebbe neanche possibile confrontare risultati di misure differenti, magari ottenuti in diverse occasioni, ed è per questo che si parla di *compatibilità* tra risultati di misura.

Per inciso ormai sappiamo che una misura non è un numero e quindi non ha neanche senso parlare di misure uguali. Dunque, trascurando per adesso nel dettaglio le unità di misura, se abbiamo i due risultati di misura equidimensionali seguenti:

$$M_1 = (m_1 \pm u_1) [u.m.] , \quad M_2 = (m_2 \pm u_2) [u.m.] \quad (1.3)$$

tali risultati si definiranno *compatibili* quando possiedono almeno un elemento in comune:

$$|m_2 - m_1| \leq u_1 + u_2 , \quad (1.4)$$

Da sottolineare che l'equazione (1.4) non gode della proprietà transitiva infatti due risultati tra loro non compatibili possono invece esserlo con un altro risultato di misura.

Si cerca sempre di caldeggiare l'armonia tra numero di cifre significative di m ed u , non avendo senso infatti esporre cifre del valore centrale che non siano coperte da incertezza eccessiva o viceversa poco influenti sul risultato di misura. Si considerano a riguardo gli esempi seguenti, riferiti a misure di tensione e di corrente:

$$V = (1.4329 \pm 0.12) V , \quad I = (1.47 \pm 0.1486) A \quad (1.5)$$

preferendo piuttosto:

$$V = (1.43 \pm 0.12) V , \quad I = (1.47 \pm 0.15) A \quad (1.6)$$

dove si noti l'arrotondamento per difetto e per eccesso. Quando è possibile l'incertezza viene arrotondata a due cifre significative arrotondando anche, se è il caso, il valore di riferimento per l'intervallo di misura.

In figura seguente sono mostrati due risultati di misura fra loro compatibili:

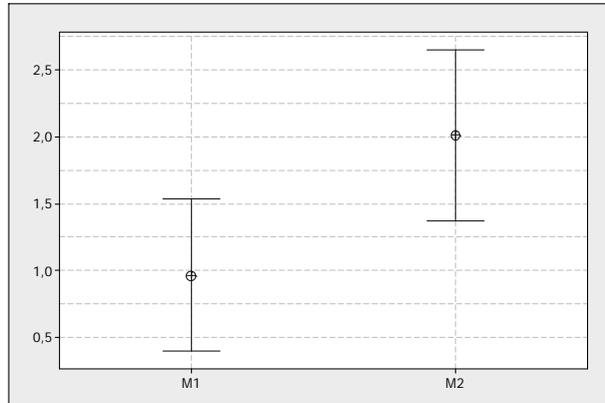


Figura 1.1 Risultati delle misure M_1 ed M_2 della stessa grandezza fisica e tra loro compatibili.

Come vedremo risulterà molto utile introdurre l'incertezza relativa, per definizione positiva, di valore inferiore ad 1 ed adimensionale come segue:

$$u_m' = \frac{u_m}{|m|}, \quad \text{o in percentuale} \quad u_m\% = \frac{u_m}{|m|} 100 \quad (1.7)$$

In questo caso le espressioni (1.6) diventano:

$$V = 1.43 V \pm 0.08 = 1.43 V \pm 8\%, \quad I = 1.47 A \pm 0.10 = 1.47 A \pm 10\% \quad (1.8)$$

Se vogliamo è possibile a questo punto esprimere le equazioni (1.2) e (1.8) nei modi seguenti:

$$M = m \left(1 \pm \frac{u_m}{|m|} \right) [u.m.] = m \left(1 \pm \frac{u_m\%}{100} \right) [u.m.] \quad (1.9)$$

$$V = 1.43 (1 \pm 0.08) V ; \quad I = 1.47 (1 \pm 0.10) A \quad (1.10)$$

L'incertezza relativa percentuale offre un'immagine immediata della qualità del risultato di misura ottenuto e soprattutto permette confronti tra incertezze assolute corrispondenti a grandezze fisiche di tipo differente, come del resto mostrano chiaramente le equazioni (1.8) e (1.10).

1.7 La misura è una variabile aleatoria?

Come vedremo meglio in seguito si potranno identificare due contributi di incertezza, uno originato da effetti di tipo *aleatorio*, l'altro da effetti di tipo *sistematico*.

- Il primo contributo riguarda essenzialmente variazioni stocastiche delle grandezze di influenza che daranno luogo a differenti osservazioni ottenute in condizioni di *ripetibilità*. Ciò significa che è la stessa persona che potrà raccogliere in modo indipendente tali osservazioni, con lo stesso procedimento e lo stesso strumento di misura, nelle stesse condizioni e in un ristretto intervallo temporale. Anche all'uscita di una catena di produzione, se misuriamo un campione di prodotto sufficientemente rappresentativo, possiamo osservare un effetto aleatorio dovuto essenzialmente alla variabilità intrinseca di ciascun processo produttivo che provoca uno scostamento più o meno significativo da quelle che sono le iniziali specifiche di progetto e che possono comprometterne l'effettiva conformità.

- Il secondo contributo riguarda invece quegli effetti che si ripropongono identici ogni volta che ripetiamo la misura e sono, ad esempio, dovuti all'*inaccuratezza* e alla *risoluzione*² dello strumento di misura utilizzato, ai campioni presi come riferimenti, ad effetti di carico ed altro. Se siamo consapevoli della presenza di questi contributi, spesso è possibile correggere e ipoteticamente eliminare questi effetti sebbene anche la correzione adottata possa introdurre a sua volta altre componenti di incertezza. Questi ed altri importanti concetti saranno analizzati più in profondità nel quarto paragrafo del capitolo 4, dedicato anche alle caratteristiche metrologiche dei sensori, degli strumenti e dei sistemi di acquisizione dati.

Per inciso altri due concetti importanti, che ancora vedremo meglio in seguito ma che può essere utile ricordare anche adesso, sono quelli che riguardano la *riproducibilità* di una misura, vale a dire l'affinità tra una serie di misure di uno stesso misurando al variare delle condizioni operative e la *riferibilità* di una misura e cioè la possibilità di essere messa in relazione con campioni riconosciuti dal *SI*.

Dunque potrà essere molto conveniente trattare la misura come una *variabile aleatoria* distribuita casualmente entro l'intervallo di misura.

² E' importante chiarire subito che mentre la *risoluzione* corrisponde con la più piccola quantità che può essere misurata, ovvero con la minima variazione dell'ingresso che provoca un'apprezzabile variazione in uscita, l'*inaccuratezza* esprime la maggiore deviazione tra il valore presentato in uscita dal dispositivo ed il valore ideale in ingresso. Questi importanti concetti saranno analizzati più in profondità nel capitolo dedicato ai sistemi di acquisizione dati.

E' doveroso a questo punto ricordare la figura del Prof. Iuculano che fu tra i primi in Italia a pensare di associare al risultato di una misurazione una variabile aleatoria con tutte le sue peculiarità. Penso di poter sostenere che la strada intrapresa dalla Guida alla Incertezza di Misura fosse per lo meno già stata tracciata negli studi di questo brillante accademico.

Fissati dunque i due estremi $m_{min} = m - u_m$ e $m_{max} = m + u_m$ dell'intervallo di misura, potremo associare ad esso la variabile aleatoria M contenuta in S , spazio dei risultati:

$$S = \{ m_{min} \leq M \leq m_{max} \} \quad (1.11)$$

che rappresenta l'insieme possibile dei valori che la variabile aleatoria M , continua o discreta, può assumere all'interno dell'intervallo di misura S , intervallo dell'asse reale. Questa assunzione di valori da parte della variabile aleatoria M costituisce un esperimento aleatorio o evento casuale che può dirsi certo quando è legato all'assunzione di tutti i valori possibili di M o impossibile quando si considera l'attribuzione di valori assurdi, non appartenenti ad S .

A questo punto abbiamo stabilito un legame così importante con la statistica e il calcolo delle probabilità che occorrerà aprire un nuovo capitolo, il successivo, dedicato a questo tipo di informazioni.

1.8 Esercizi relativi al capitolo 1

1. Riscrivere le seguenti misure in base alla raccomandazione di armonia tra cifre significative eventualmente arrotondate a due per eccesso o per difetto oppure aiutandosi con le potenze del dieci o cambiando l'unità di misura:

$$t = (0.000543 \pm 0.000012) s; \quad L = (2.37 \pm 0.5984) m;$$

$$R = (1568 \pm 7.73) \Omega$$

2. Chiarire, anche graficamente, compatibilità e mutua compatibilità tra le seguenti misure:

$$T_1 = (25.56 \pm 2.35) K; \quad T_2 = (23.98 \pm 3.35) K;$$

$$T_3 = (28.27 \pm 1.76) K$$

3. Esprimere le misure riportate nel primo e nel secondo esercizio utilizzando le espressioni di incertezza relativa e percentuale.
4. Le specifiche di tre multimetri numerici a 3 cifre e mezzo e con fondo scala pari a 199.9 V sono le seguenti:

$$\text{-DMM}_1: a_1 = \pm(0.05\% V_\ell + 1 \text{ count}) \text{ a } (25 \pm 5)^\circ\text{C}$$

$$\text{-DMM}_2: a_2 = \pm(0.05\% V_\ell + 0.05\% V_{f.s.}) \text{ a } (25 \pm 5)^\circ\text{C}$$

$$\text{-DMM}_3: a_3 = \pm(0.05\% V_\ell + 80 \text{ mV}) \text{ a } (25 \pm 5)^\circ\text{C}$$

Se la lettura è nei tre casi pari a 100.0 V e la temperatura ambiente è di 27°C, stabilire quale dei tre multimetri è il più accurato e se le misure sono compatibili tra loro. Come comportarsi nel caso in cui la temperatura aumenti di 4°C? Stabilire inoltre le relazioni esistenti tra le componenti dell'incertezza relativa aiutandosi con un grafico.

5. La verifica dimensionale deve essere una delle capacità essenziali per chi fa delle misure. In base alla legge di *Lenz*, $V = L \frac{di}{dt}$, e alla tabella 1.3 trovare le dimensioni dell'induttanza (henry - *H*) a partire da quelle di tensione, corrente, tempo. Successivamente, in base alla legge di *Ohm*, trovare l'unità di misura della resistenza (Ω) in termini di unità fondamentali.
6. Stimare con due cifre significative e un adeguato utilizzo di multipli o sottomultipli la tensione di un campione di forza elettromotrice a effetto *Josephson* [8-pag.68][17-pag.21] pari a $V_j = n \frac{h}{2q_e} f$ dove poniamo $n=250$, q_e la carica di un elettrone, h la costante di *Planck* (tabella 1.6) e f la frequenza da convertire in tensione che ipotizziamo pari a 96 GHz.