

Misure di segnali deboli con analizzatore di spettro

Accuratezza e precisione

Carlo Carobbi

Dip. Elettronica e Telecomunicazioni, Università di Firenze, carlo.carobbi@unifi.it

Nella Compatibilità Elettromagnetica (CEM) capita frequentemente di dover misurare segnali molto deboli, prossimi ai limiti di sensibilità dello strumento di misura, in genere un analizzatore di spettro o un ricevitore EMI. Nell'articolo pubblicato nella rubrica della CEM di Tutto_Misure n. 4/2005, p.309, dal titolo “**Misure di segnali deboli con analizzatore di spettro – Limite di sensibilità**”, abbiamo risposto alla domanda: *qual è il livello di segnale minimo discernibile in una misura con un analizzatore di spettro?* Abbiamo visto che la sensibilità dell'analizzatore di spettro è caratterizzata, nelle specifiche dello strumento, dal *livello di rumore medio* (Average Noise Level, ANL). Abbiamo poi mostrato qual è il legame fra ANL e la cifra di rumore F dell'analizzatore di spettro, il parametro utilizzato più comunemente per caratterizzare le prestazioni, in termini di rumore, di una generica rete due porte¹. Cerchiamo in questa nota di capire con quale *precisione* e con quale *accuratezza* è possibile misurare segnali prossimi al limite di sensibilità dell'analizzatore di spettro.

Prenderemo in esame il caso in cui la scala verticale (delle ampiezze) dell'analizzatore di spettro è lineare. Non è questa la modalità di uso più frequente dello strumento: infatti, dato che l'analizzatore di spettro viene usato generalmente per misurare simultaneamente segnali di ampiezza molto diversa, la scelta più naturale è la scala verticale logaritmica. Tuttavia il vantaggio proveniente dall'analisi del caso di scala logaritmica non ripaga il costo della maggior complicazione dei contenuti che è necessario illustrare, per di più senza guadagno in termini concettuali. Il lettore interessato all'estensione alla scala logaritmica è invitato a contattare l'autore.

ACCURATEZZA E PRECISIONE

La misura di un segnale debole è affetta da un errore sistematico e da un errore casuale. L'*errore casuale* consiste nello scarto fra il valore misurato ed il valore atteso da una media di infinite misure. L'entità dell'errore casuale, valutata in termini di valore quadratico medio, determina la *precisione* del valore misurato. L'*errore sistematico* è lo scarto fra il valore atteso da una media di infinite misure ed un valore assunto come riferimento per la grandezza misurata. L'entità dell'errore sistematico determina l'*accuratezza* del valore misurato². Sperimentalmente il valore atteso si stima con la media di un numero molto elevato di misure e il valore di riferimento è il valore noto A (noto con incertezza trascurabile rispetto all'errore sistematico che si intende valutare) della ampiezza della tensione applicata all'ingresso dello strumento.

In figura 1 sono illustrati i due errori casuale e sistematico. La media di 1000 acquisizioni permette di ottenere un valore medio A_m dell'ampiezza del segnale visualizzata sul display la cui variabilità (la “rugosità” della traccia rossa) è trascurabile rispetto alla variabilità dell'ampiezza A_e del segnale

¹ Uno strumento di misura elettrico (e in particolare un analizzatore di spettro) può essere visto come una rete due porte nella quale la porta d'ingresso è identificata dalla coppia di terminali alla quale viene applicata la grandezza elettrica da misurare e la porta di uscita è il display.

² E' con una certa apprensione che l'autore si avventura nell'uso dei termini “errore casuale”, “errore sistematico”, “precisione”, “accuratezza”. Il significato dei termini usato in questo articolo è quello che si deduce da VIM, IEC e GUM. Si veda, sulla confusione esistente su questi termini, l'articolo di Giorgio Miglio in questo stesso numero di Tutto_Misure.

ottenuta dalla media di 10 acquisizioni³ (traccia blu). A_m è una stima adeguata del valore atteso dell'ampiezza del segnale.

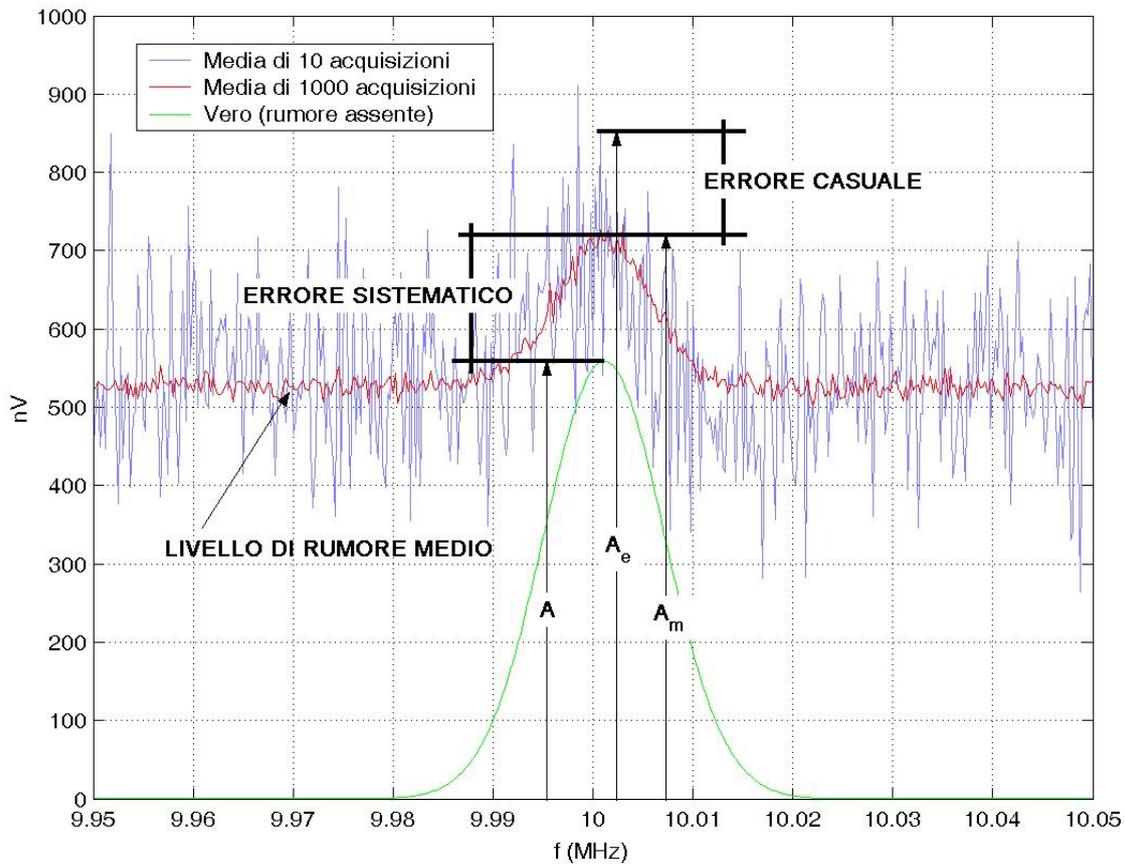


Figura 1: rappresentazione degli errori sistematico e casuale in una misura di segnale debole con analizzatore di spettro.

Il valore noto A dell'ampiezza del segnale applicato all'ingresso dell'analizzatore di spettro⁴ è 559 nV, di poco superiore al livello di rumore medio⁵, ANL (circa 530 nV). Il valore atteso A_m è 720 nV (l'errore sistematico è quindi 161 nV, in termini relativi il 29 %) e l'ampiezza A_e della media di 10 acquisizioni in corrispondenza del picco del segnale è 850 nV (errore casuale pari a 130 nV)⁶.

³ La media di 10 acquisizioni permette comunque di rendere evidente la presenza del segnale nel rumore. Senza media (traccia corrispondente ad una singola acquisizione) il segnale sarebbe stato a malapena discernibile dal rumore.

⁴ Valore efficace, corrisponde ad una tensione picco-picco di 50 mV, attenuata di 90 dB.

⁵ In scala lineare $ANL = \sqrt{\pi/2} \sqrt{FkTBR}$. Per il significato dei vari termini si veda l'articolo nel n. 4/2005, p.309 di Tutto_Misure.

⁶ La frequenza del segnale è 10 MHz, la banda di risoluzione scelta è 10 kHz, l'attenuazione interna 0 dB, l'intervallo di frequenze esplorato attorno a 10 MHz è 100 kHz. Il caso sperimentale è stato ottenuto con un analizzatore di spettro del costruttore Hewlett & Packard, mod. 8591E.

Se ripetessimo l'esperimento con cui si determina la media di 10 e di 1000 acquisizioni troveremmo che l'errore sistematico rimane invariato mentre l'errore casuale cambia da esperimento a esperimento.

E' possibile correggere l'errore sistematico? Cioè è possibile trovare un fattore correttivo per l'ampiezza A_m mostrata sul display che permette di ottenere l'ampiezza A del segnale applicato all'ingresso? La risposta è sì. E' possibile determinare un fattore correttivo perché è nota la *statistica del segnale + rumore*. E' intuitivo che l'entità di tale correzione sarà tanto maggiore quanto più l'ampiezza del segnale è debole. La combinazione del segnale e del rumore è un segnale casuale che segue una particolare distribuzione asimmetrica detta di Rice⁷. Il fatto che il rumore mostrato sul display dell'analizzatore di spettro segua una distribuzione asimmetrica (di Rice), sebbene il rumore equivalente all'ingresso dello strumento segua una distribuzione simmetrica (Normale), è dovuto al fatto che l'analizzatore di spettro mostra sul display l'ampiezza del segnale (e/o del rumore) presente all'ingresso. L'ampiezza è ottenuta per tramite di un rivelatore di inviluppo. Il rivelatore di inviluppo è una rete non-lineare, e una rete non-lineare modifica la statistica del segnale applicato al suo ingresso⁸.

L'errore sistematico può essere corretto facendo riferimento alla figura 2(a), dove è riportato l'andamento del rapporto fra il valore atteso A_m ed il livello di rumore medio ANL in funzione del rapporto fra il valore A dell'ampiezza del segnale applicato all'ingresso dell'analizzatore di spettro ed ANL . Il valore atteso A_m è sempre superiore ad ANL per qualunque valore A della ampiezza della tensione applicata all'ingresso. Per ampiezza A nulla all'ingresso il valore atteso A_m coincide con ANL . Per valori della ampiezza A maggiori di zero si ha uno scarto sistematico in eccesso fra A_m ed A che si riduce al crescere di A . Ad esempio se si applica all'ingresso una tensione A di ampiezza pari ad ANL il valore atteso A_m della ampiezza della tensione visualizzata sul display è 1.36 volte ANL , e l'errore sistematico è del 36%. Se invece si applica all'ingresso una tensione A di ampiezza pari a 3 volte ANL il valore atteso A_m della ampiezza della tensione visualizzata sul display è 3,11 volte ANL , quindi l'errore sistematico si riduce al 3,7%. Se facciamo riferimento al caso sperimentale di figura 1 il rapporto fra il valore atteso ed il livello di rumore medio è A_m / ANL pari a 720/530, ossia proprio 1,36 che corrisponde quindi ad $A / ANL = 1$. Quindi in base al grafico di figura 2(a) risulta che il valore dell'ampiezza del segnale applicato all'ingresso è pari a ANL , ossia 530 nV. In effetti il valore noto di A è 559 nV, quindi rimane un piccolo scarto residuo, dopo la correzione, del 5,2%, che tuttavia è del tutto compatibile con l'incertezza di misura dell'analizzatore di spettro e con l'incertezza con cui è noto il valore di 559 nV.

Per una stima quantitativa dell'errore casuale si fa invece riferimento alla figura 2(b). L'errore casuale è stimato dalla radice quadrata del suo valore quadratico medio, che chiamiamo S . In ordinata è riportato il rapporto fra S ed ANL moltiplicato per la radice quadrata del numero N di acquisizioni su cui si fa la media per ottenere l'ampiezza misurata A_e . Se ad esempio il valore misurato dell'ampiezza A_e è ottenuto da una singola acquisizione allora $N = 1$. Se A_e è ottenuto dalla media di 100 acquisizioni allora $N = 100$. L'andamento della curva in figura 2(b) è monotono crescente e vale $\sqrt{4/\pi - 1} = 0,523$ per $A / ANL = 0$ e tende asintoticamente al valore $\sqrt{2/\pi} = 0,798$ per $A \gg ANL$. Nel caso sperimentale di figura 1 abbiamo trovato, stimando l'errore sistematico, che $A / ANL = 1$, quindi, dalla curva in figura 2(b), risulta $(S / ANL) \sqrt{N} = 0,65$. Ne segue che nel caso di media di $N = 10$ acquisizioni (traccia blu di figura

⁷ Se il segnale è assente la statistica del rumore è descritta dalla distribuzione di Rayleigh, già citata nell'articolo di Luca Oberto "Incertezza delle misure di grandezze complesse", in T_M n. 3/2004 p.246.

⁸ Basti pensare che una sinusoide applicata all'ingresso di un rivelatore di inviluppo produce in uscita un segnale di valore costante pari all'ampiezza della sinusoide stessa: all'ingresso il segnale ha valor medio nullo, all'uscita il segnale ha valor medio pari all'ampiezza della sinusoide (comunque positivo).

1) S è stimato attorno a 109 nV, nel caso di media di $N = 1000$ acquisizioni (traccia rossa di figura 1) S si riduce di un fattore 10, ossia attorno a 11 nV. Entrambi i valori sono in buon accordo (a vista) con il risultato sperimentale rappresentato in figura 1.

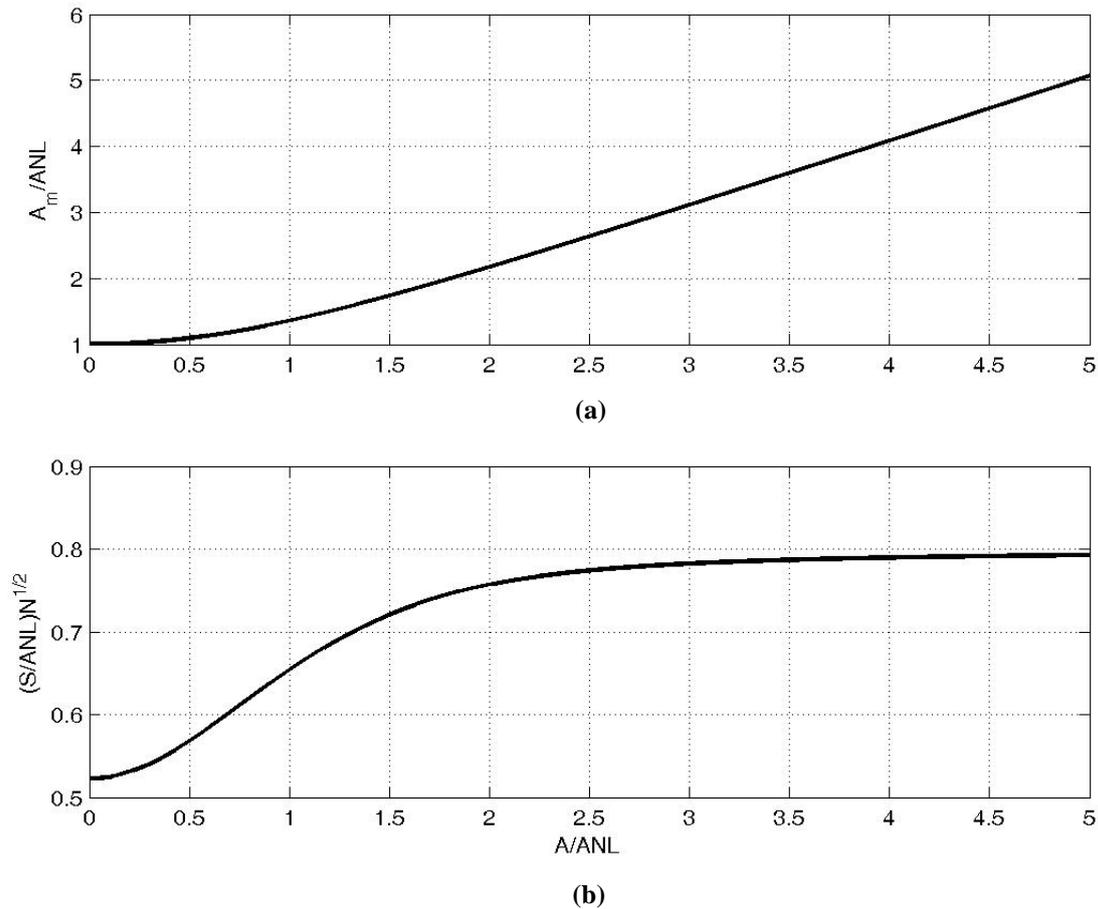


Figura 2: (a) Rapporto fra valore atteso A_m dell'ampiezza mostrata sul display e livello di rumore medio ANL in funzione del rapporto fra valore dell'ampiezza applicata all'ingresso A ed ANL . Grafico da usare per la correzione dell'errore sistematico. (b) Rapporto fra radice quadrata del valore quadratico medio dell'errore casuale, S , ed ANL , per la radice quadrata del numero di acquisizioni N su cui si media per ottenere il valore misurato A_e in funzione del rapporto fra valore dell'ampiezza applicata all'ingresso A ed ANL . Grafico da usare per stimare l'errore casuale.