MISMATCH UNCERTAINTY (INCERTEZZA PER DISADATTAMENTO)

Carlo Carobbi(1), Marco Cati(2), Carlo Panconi(3)
(1)Dip. di Elettronica e Telecomunicazioni, Università di Firenze, Via S. Marta, 3 – 50139 Firenze
(2)Ricerca e Sviluppo, Esaote S.p.A., Via di Caciolle, 15 – 50127 Firenze
(3)Istituto Tecnico Industriale Statale "Silvano Fedi", Via dei Panconi, 39 – 51100 Pistoia
marco.cati@esaote.com

1. ABSTRACT

Mismatch uncertainty originates from mismatch at both the generator and load side of a radiofrequency connection. Error correction for mismatch is a well-known practice by radiofrequency power calibration laboratories [1]. Nowadays the evaluation of mismatch uncertainty is an issue also for Electromagnetic Compatibility (EMC) testing laboratories compliant with, accredited or working towards accreditation to ISO/IEC 17025 since they must evaluate and declare uncertainty of testing and internal calibration results. The recent developments of receivers' technology, mainly due to the motion of analog-to-digital conversion towards the input of the receiver (from the output of the envelope detection circuit to the output of the last intermediate frequency stage), have dramatically enhanced the performances in terms of amplitude measurement accuracy [2]. Hence mismatch uncertainty has become a significant (if not dominant) contribution to many measurement uncertainty budgets. The scope here is to introduce the reader to mismatch uncertainty, giving the basic theoretical background and formulas. A simple and practical example is also illustrated.

L'incertezza per disadattamento, in un collegamento a radiofrequenza, si origina dal disadattamento sia dal lato del generatore sia da quello del carico. La correzione dell'errore per disadattamento è una pratica ben nota ai laboratori di taratura di potenza a radiofrequenza [1]. Attualmente la valutazione dell'incertezza per disadattamento è un compito che anche i laboratori di prova di Compatibilità Elettromagnetica (CEM) conformi, accreditati o che ambiscono all'accreditamento alla norma ISO/IEC 17025 devono assolvere dal momento che devono valutare e dichiarare l'incertezza dei risultati delle prove e delle calibrazioni interne. Lo sviluppo recente della tecnologia dei ricevitori, principalmente dovuta allo spostamento della conversione analogico-digitale verso l'ingresso del ricevitore (dall'uscita del circuito rivelatore di inviluppo all'uscita dell'ultimo stadio a frequenza intermedia), ha drammaticamente migliorato le prestazioni in termini di accuratezza della misura di ampiezza [2]. Ecco allora che l'incertezza per disadattamento è divenuta un contributo significativo (se non dominante) di molti bilanci di incertezza. Lo scopo qui è di introdurre il lettore all'incertezza per disadattamento, fornendo la teoria di base e le formule. Viene poi illustrato un esempio semplice e pratico.

2. COSA È LA CORREZIONE PER DISADATTAMENTO

Il contributo di incertezza dovuto al disadattamento è sempre presente in qualsiasi misura a radiofrequenza (RF). Potrà essere un contributo significativo, o addirittura dominante oppure ancora trascurabile nel bilancio delle incertezze ma, in ogni caso, è sempre presente. Tale contributo di incertezza si origina da un fatto fisico fondamentale: l'impedenza di uscita di un generatore RF non può essere identica al valore nominale di (50 + j0) Ω e l'impedenza di ingresso di un ricevitore RF non può essere identica al valore nominale di (50 + j0) Ω. Facciamo due precisazioni. La prima: nei sistemi RF il valore di riferimento anziché essere (50 + j0) Ω può essere (75 + j0) Ω ma le considerazioni che seguono circa l'incertezza per disadattamento sono le stesse, fatto salvo di sostituire il 50 con il 75. Chiameremo nel seguito R_0 il valore di riferimento di 50 Ω o 75 Ω. La seconda precisazione riguarda il fatto che qui per generatore si intende qualsiasi sorgente RF, che può essere un vero e proprio generatore RF da banco ma anche un'antenna impiegata in ricezione in quanto, un'antenna in ricezione vista ai terminali è equivalente ad un generatore. Lo stesso vale per una rete di alimentazione artificiale (AMN, LISN), una sonda di corrente, una pinza assorbente, etc. Analogamente per ricevitore RF si può strettamente intendere un analizzatore di spettro oppure un ricevitore EMI ma anche, più in generale, qualsiasi carico RF, come ad esempio un'antenna trasmittente, una rete di accoppiamento/disaccoppiamento (CDN), una pinza di iniezione di disturbi (BCI), etc.

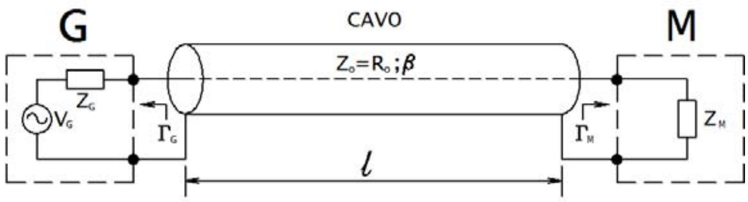

Figura 1: Elementi essenziali di un collegamento RF. G è il generatore, M è il misuratore, un cavo di lunghezza l collega G ad M.

In Fig. 1 è rappresentato un elementare collegamento RF: G rappresenta il generatore, M il misuratore. G è collegato ad M mediante un cavo RF di lunghezza *l*. Nell'analisi che segue assumeremo, per semplicità e per non introdurre elementi inessenziali alla comprensione dei fatti fisici fondamentali coinvolti, che il cavo abbia impedenza caratteristica $Z_0 = R_0$ e che abbia perdite trascurabili. Fatte queste ipotesi l'equazione fondamentale che regola il trasferimento di potenza dal generatore al misuratore è la seguente:

$$P_M = \frac{P_{G,T}\left(1-\left|\Gamma_M\right|^2\right)}{\left|1-e^{-2j\beta l}\Gamma_G\Gamma_M\right|^2} \quad (1)$$

Analizziamo i vari termini che compongono l'equazione (1) e per fissare le idee immaginiamo che G sia effettivamente un generatore RF da banco ed M un misuratore di potenza RF. P_M è la potenza che G fornisce ad M. Γ_M è il coefficiente di riflessione complesso del misuratore, ossia $\Gamma_M = (Z_M - R_0)/(Z_M + R_0)$, dove Z_M è l'impedenza di ingresso complessa del misuratore. Se l'impedenza di ingresso di M fosse esattamente uguale a R_0 risulterebbe $\Gamma_M = 0$ (misuratore perfettamente adattato). Analogamente Γ_G è il coefficiente di riflessione complesso del generatore e $\Gamma_G = (Z_G - R_0)/(Z_G + R_0)$, dove Z_G è l'impedenza di uscita complessa del generatore. Se l'impedenza di uscita di G fosse esattamente uguale a R_0 risulterebbe $\Gamma_G = 0$ (generatore perfettamente adattato). Inoltre $\beta = 2\pi f/v$, dove f è la frequenza e v è la velocità di propagazione delle onde nel cavo. Infine $P_{G,T}$ è la potenza che il generatore fornisce ad un carico di impedenza R_0.

Vediamo adesso di interpretare il significato dell'equazione (1). Consideriamo per primo il caso in cui il misuratore è perfettamente adattato $(\Gamma_M = 0)$. Allora la potenza che il generatore fornisce al carico è proprio $P_{G,T}$. In effetti, nella pratica, il generatore viene tarato chiudendolo proprio su un carico di impedenza R_0 [1] e la potenza indicata dal generatore e le specifiche del generatore si riferiscono a questo particolare caso (il pedice T sta per "taratura"). $P_{G,T}$ quindi è la potenza indicata dal generatore. Consideriamo adesso il caso in cui il generatore è perfettamente adattato $(\Gamma_G = 0)$. La potenza che il generatore fornisce al misuratore è $P'_M = P_{G,T}\left(1 - |\Gamma_M|^2\right)$. Per tarare il misuratore si impiega in effetti un generatore la cui impedenza di uscita vale R_0 [2]. Attenzione: l'indicazione del misuratore non è P'_M ma è aggiustata sul valore $P_{G,T}$, cioè sul valore di potenza che quello stesso generatore fornirebbe al carico di impedenza R_0. Quindi l'indicazione del misuratore è $P'_M/\left(1 - |\Gamma_M|^2\right)$ risultando così un poco maggiore della potenza P'_M che il generatore gli fornisce. Ora, nell'impiego sul campo, dove né il generatore né il misuratore possono considerarsi perfettamente adattati, l'indicazione del generatore $P_{G,T}$ e l'indicazione del misuratore $P_M/\left(1 - |\Gamma_M|^2\right)$ non coincidono ed il loro rapporto vale, in base alla (1),

$$\frac{P_{G,T}}{P_M/\left(1 - |\Gamma_M|^2\right)} = \left|1 - e^{-2j\beta l}\Gamma_G\Gamma_M\right|^2 . \tag{2}$$

Il termine $\left|1 - e^{-2j\beta l}\Gamma_G\Gamma_M\right|^2$ prende il nome di correzione per disadattamento e può essere interpretato in due modi: 1) è la correzione da apportare alla potenza indicata dal misuratore necessaria per ottenere la potenza che il generatore invierebbe ad un carico perfettamente adattato, oppure 2) è la correzione da apportare alla potenza indicata dal generatore necessaria per ottenere la potenza che il misuratore, se fosse perfettamente adattato, riceverebbe da un generatore perfettamente adattato. Alla correzione per disadattamento viene associata l'interpretazione 1) nella taratura di un generatore e l'interpretazione 2) nella taratura di un misuratore. Dato che nella pratica è più frequente il caso in cui dalla lettura del misuratore si intende risalire alla potenza che il generatore invierebbe ad un carico adattato l'interpretazione 1) è più comune.

3. LA CORREZIONE DIVENTA INCERTEZZA

Nelle applicazioni, in particolare nella CEM, la correzione per disadattamento non viene effettuata. Il motivo è evidente: occorrerebbe conoscere ampiezza e fase dei coefficienti di riflessione Γ_G e Γ_M in tutta la banda di frequenza di interesse (che spesso copre più decadi) e le caratteristiche del cavo in termini di l e v (cambiando poi cavo, ad esempio più lungo o più corto, cambia la correzione). Allora visto che la correzione è prossima ad 1, perché il prodotto $|\Gamma_G\Gamma_L|$ è piccolo, non vale la pena di determinarla. Si ammette di non conoscerla e si tiene conto di questa ignoranza aumentando l'incertezza di misura: si introduce quindi nel bilancio delle incertezze una voce per questo contributo e, eventualmente, si effettua una correzione costante (per un effetto sistematico) su tutto l'intervallo di frequenza.

Vediamo come si ragiona. Intanto qualcosa è bene saperlo altrimenti tutto quello che si può dire sulla correzione per disadattamento è che sta fra 0 e 2 (o il reciproco fra ½ e infinito), che non è un granché. Quello che si conosce di solito è il valore massimo del ROS nell'intervallo di frequenza di interesse, sia dell'uscita di G che dell'ingresso di M. Si sa perciò quanto valgono, al peggio, $|\Gamma_G|$ e $|\Gamma_M|$, e il valore massimo del termine $\left|e^{-2j\beta l}\Gamma_G\Gamma_M\right| = |\Gamma_G\Gamma_M|$. Possiamo chiamare k la quantità $|\Gamma_G\Gamma_M|_{MAX}$. Quindi $\left|e^{-2j\beta l}\Gamma_G\Gamma_M\right| \le k < 1$.

Circa la fase φ del termine $e^{-2j\beta l}\Gamma_G\Gamma_M$ non si sa niente eccetto che può stare con la stessa probabilità ovunque fra 0 e 2π. Quindi $0 \le \varphi \le 2\pi$. Ecco allora che alla correzione per disadattamento $\left|1 - e^{-2j\beta l}\Gamma_G\Gamma_M\right|^2$ associamo una variabile casuale $X = \left|1 - ke^{j\varphi}\right|^2$ dove k è una costante minore di 1, che ricaviamo dalle specifiche di G ed M, mentre φ è una variabile casuale uniformemente distribuita fra 0 e 2π. E' facile verificare che

$$X = \left|1 - ke^{j\varphi}\right|^2 = 1 + k^2 - 2k\cos\varphi$$

---

[1] In pratica il generatore viene chiuso su una terminazione adattata di buona qualità, che offre cioè un piccolo rapporto d'onda stazionaria (ROS in italiano, VSWR in inglese).

[2] Di fatto si impiega un generatore RF alla cui uscita è posto un attenuatore tarato di buona qualità, cioè la cui attenuazione è nota con accuratezza e offre basso ROS alle due porte.

E’ evidente allora che al variare di φ fra 0 e 2π la variabile X oscilla fra il valore minimo $(1-k)^2$ ed il valore massimo $(1+k)^2$ seguendo un andamento sinusoidale. E’ intuitivo che essendo φ uniformemente distribuita fra 0 e 2π allora X ha una distribuzione di probabilità[3] con forma ad “U” (simmetrica) in quanto la probabilità che X assuma valori prossimi ai massimi ed ai minimi dell’oscillazione (dove la pendenza è nulla) è più alta della probabilità di imbattersi nei valori intermedi (dove la pendenza è massima).
Nella CEM si usano di solito le grandezze logaritmiche e quindi, piuttosto che alla variabile casuale X, siamo interessati ad $Y = 10\log X$, ossia

$$Y = 10\log\left(1 + k^2 - 2k\cos\varphi\right) \tag{3}$$

Non c’è da stupirsi se, come in effetti è, anche Y ha una distribuzione di probabilità con forma ad “U” ma asimmetrica e con il minimo spostato verso destra visto che il logaritmo dà maggiore importanza ai valori piccoli (li espande) e minore a quelli grandi (li comprime). E’ di interesse valutare il valore atteso di Y, che indichiamo con y, perché ci dice quant’è la correzione costante da apportare per effetto sistematico. Si scopre facendo i conti che $y = 0$ dB. Quindi per via del disadattamento non c’è da effettuare alcuna correzione. Tuttavia l’incertezza della correzione (nulla) non è nulla e, in termini di uno scarto tipo (incertezza tipo), vale approssimativamente $(20\log e)k/\sqrt{2} = 6{,}14k$ dB[4].
Adesso allora, per esercizio, valutiamo quant’è l’incertezza per disadattamento in un caso pratico. Supponiamo di collegare un antenna ad un misuratore per effettuare una misura di emissione radiata da un apparato. Il ROS dell’antenna ci viene specificato essere inferiore a 2 in tutto l’intervallo di frequenza di interesse. Allora il massimo coefficiente di riflessione dell’antenna vale $(ROS-1)/(ROS+1) = 1/3$. Il ROS del misuratore sia invece migliore di (inferiore a) 1,5, allora il suo coefficiente di riflessione è minore di $1/5$. Ne segue allora che $k = (1/3)(1/5) = 1/15$ e quindi il contributo all’incertezza del campo elettrico radiato associata al disadattamento è, in termini di uno scarto tipo, $6{,}14(1/15) = 0{,}41$ dB.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

[1] *Microwave mismatch error analysis*, Hewlett-Packard Application Note 56, 1967.
[2] *Spectrum analysis basics*, Agilent Technologies Application Note 150, 2006.

[3] Più formalmente, una densità di probabilità.
[4] L’approssimazione è valida per qualsiasi valore pratico di k.