

Mixer per la prima conversione nell'analizzatore di spettro

(Carlo Carobbi, Maggio 2016)

Esistono diversi tipi di mixer [1, capitolo 13]: sbilanciati, bilanciati (a singolo, doppio o triplo bilanciamento), attivi e passivi. Le differenti configurazioni hanno vantaggi e svantaggi in termini di perdita di conversione, potenza dell'oscillatore locale e del segnale a radiofrequenza, isolamento fra le porte, cifra di rumore. Il primo mixer dell'analizzatore di spettro ha una configurazione relativamente semplice, a diodo (sempre di tipo Schottky, quindi caratterizzato da bassa caduta di tensione, elevata velocità ed efficienza), passiva, sbilanciata o a bilanciamento singolo. In Fig. 1 è riportato un esempio di configurazione passiva, sbilanciata. Questa configurazione consente di ottenere una elevata gamma dinamica per il segnale a radiofrequenza (piccola cifra di rumore, elevato punto di compressione) larga banda tuttavia si ha un modesto isolamento fra le porte. All'uscita a frequenza intermedia sono infatti presenti sia il segnale a radiofrequenza sia l'oscillatore locale, oltre ai loro prodotti di mescolazione. L'oscillatore locale è poi presente anche alla porta a radiofrequenza. Il filtro passa-basso presente all'ingresso dell'analizzatore di spettro ha, fra l'altro, il compito di attenuare l'oscillatore locale nel suo cammino verso il bocchettone d'ingresso dell'analizzatore di spettro. Per un analizzatore di spettro la cui prima frequenza intermedia è, ad esempio, 4 GHz, la frequenza di taglio superiore del passa basso in ingresso sarà, sempre a titolo di esempio, 3,6 GHz. La scansione in frequenza del primo oscillatore locale partirà poco sotto a 4 GHz (comunque ben sopra a 3,6 GHz) fino ad arrivare a circa 8 GHz.

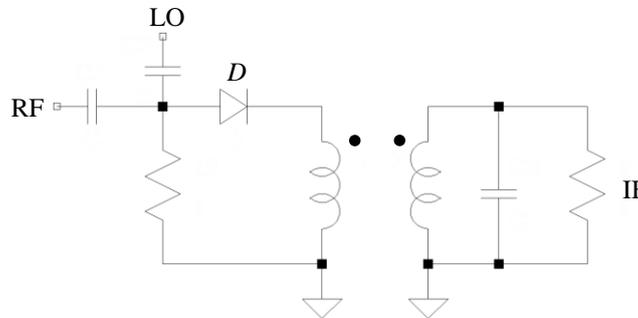


Fig. 1

Per comprendere il principio funzionamento del circuito di Fig. 1 ricorriamo ad un circuito ancora più semplice e riportato in Fig. 2.

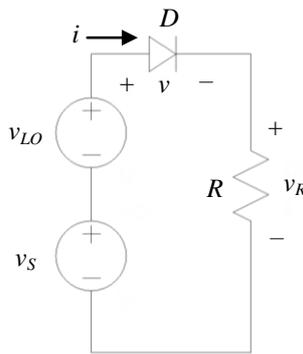


Fig. 2

Si considerino l'oscillatore locale (LO) e il segnale a radiofrequenza (S)

$$v_{LO}(t) = V_{LO} \cos(\omega_{LO}t), \quad (1)$$

$$v_S(t) = V_S \cos(\omega_S t + \alpha). \quad (2)$$

Nella applicazione qui di interesse si ha $\omega_{LO} > \omega_S$. Le conclusioni che otterremo saranno valide per V_S e α dipendenti dal tempo tuttavia, per semplicità, qui li assumeremo costanti. Analizziamo la sovrapposizione (Σ) fra LO e S

$$v_{\Sigma}(t) = v_{LO}(t) + v_S(t). \quad (3)$$

Si ricava facilmente che

$$v_{\Sigma}(t) = I(t) \cos[\omega_{LO}t + \phi(t)], \quad (4)$$

dove

$$I(t) = \sqrt{V_{LO}^2 + V_S^2 + 2V_{LO}V_S \cos[(\omega_{LO} - \omega_S)t - \alpha]} \quad (5)$$

e

$$\phi(t) = -\arctan \frac{V_S \sin[(\omega_{LO} - \omega_S)t - \alpha]}{V_{LO} + V_S \cos[(\omega_{LO} - \omega_S)t - \alpha]}. \quad (6)$$

Si ha infatti che

$$\begin{aligned} v_{\Sigma}(t) &= \operatorname{Re} \{ V_{LO} \exp(j\omega_{LO}t) + V_S \exp[j(\omega_S t + \alpha)] \} \\ &= \operatorname{Re} \{ \exp(j\omega_{LO}t) \cdot [V_{LO} + V_S \exp[j(\omega_S t - \omega_{LO}t + \alpha)]] \} \\ &= \operatorname{Re} \{ \exp(j\omega_{LO}t) \cdot [V_{LO} + V_S \cos[j(\omega_S t - \omega_{LO}t + \alpha)] + jV_S \sin[j(\omega_S t - \omega_{LO}t + \alpha)]] \} \\ &= \operatorname{Re} \{ \exp(j\omega_{LO}t) \cdot I(t) \exp[j\phi(t)] \} \\ &= \operatorname{Re} \{ I(t) \exp[j\omega_{LO}t + j\phi(t)] \} \\ &= I(t) \cos[\omega_{LO}t + \phi(t)] \end{aligned} \quad (7)$$

dove $I(t)$ e $\phi(t)$ sono proprio dati rispettivamente dalla (5) e dalla (6), essendo ampiezza e fase del termine

$$V_{LO} + V_S \cos[j(\omega_S t - \omega_{LO}t + \alpha)] + jV_S \sin[j(\omega_S t - \omega_{LO}t + \alpha)].$$

Nell'ipotesi che il diodo abbia la seguente caratteristica corrente-tensione ($i-v$) ideale

$$\begin{cases} i = 0 & \text{per } v < 0 \\ v = 0 & \text{per } i > 0 \end{cases} \quad (8)$$

la tensione ai capi della resistenza R in Fig. 2 sarà

$$v_R(t) = v_{\Sigma}(t) s(t), \quad (9)$$

dove $s(t)$ è dato da

$$s(t) = \begin{cases} +1 & \text{per } \cos[\omega_{LO}t + \phi(t)] > 0 \\ 0 & \text{per } \cos[\omega_{LO}t + \phi(t)] < 0 \end{cases} \quad (10)$$

L'espressione di $s(t)$ è straordinariamente complicata. Quindi, in assenza di ipotesi semplificative (oltre all'ipotesi che il diodo si comporti come un interruttore ideale, vedi la (8)) per l'analisi del circuito di Fig. 2 si dovrebbe ricorrere necessariamente al calcolo numerico. Occorre tener conto tuttavia che nella pratica (capiremo dopo il perché) risulta essere $V_{LO} \gg V_S$ e quindi dalla (5)

$$I(t) \approx V_{LO} + V_S \cos[(\omega_{LO} - \omega_S)t - \alpha] \quad (11)$$

e dalla (6)

$$\phi(t) \approx -\frac{V_s}{V_{LO}} \sin[(\omega_{LO} - \omega_s)t - \alpha]. \quad (12)$$

La derivata nel tempo di $\phi(t)$ risulta quindi essere dalla (12)

$$\phi'(t) \approx -\frac{V_s}{V_{LO}} (\omega_{LO} - \omega_s) \cos[(\omega_{LO} - \omega_s)t - \alpha]. \quad (13)$$

Se ne conclude che, essendo $|\phi'(t)| \ll \omega_{LO}$, la fase $\phi(t)$ può essere trascurata nell'argomento del coseno nella (4) e quindi, sostituendo la (11) nella (4) con $\phi(t) = 0$, si ottiene

$$v_\Sigma(t) \approx \{V_{LO} + V_s \cos[(\omega_{LO} - \omega_s)t - \alpha]\} \cos(\omega_{LO}t) \quad (14)$$

L'andamento nel tempo di $v_{LO}(t)$ e $v_s(t)$ è rappresentato in Fig. 3, mentre in Fig. 4 è rappresentato l'andamento di $v_\Sigma(t)$ dato dalla (3). In Fig. 4 è evidenziato l'involuppo $I(t)$, dato dalla (11), con linea tratteggiata. In Fig. 3 e in Fig. 4 si considera il caso in cui $f_{LO} \gg f_s$, come nel caso della conversione di frequenza nell'analizzatore di spettro.

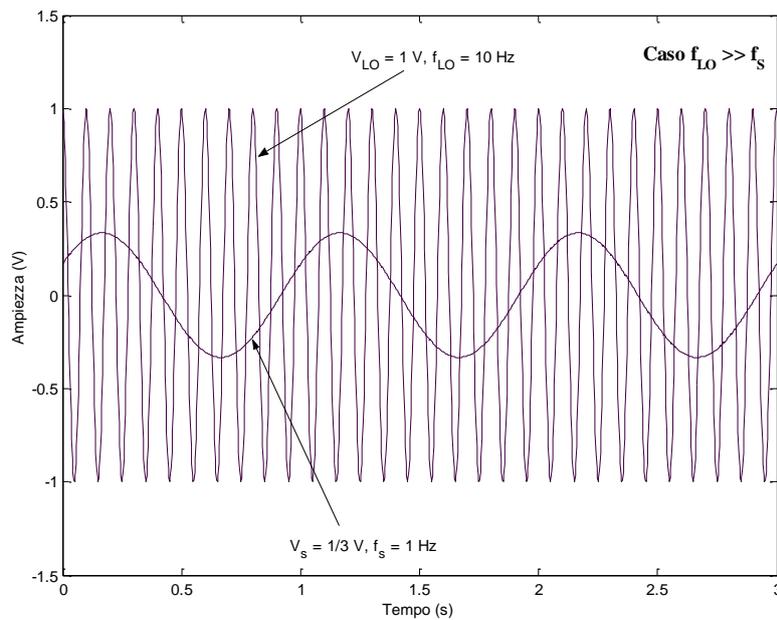


Fig. 3

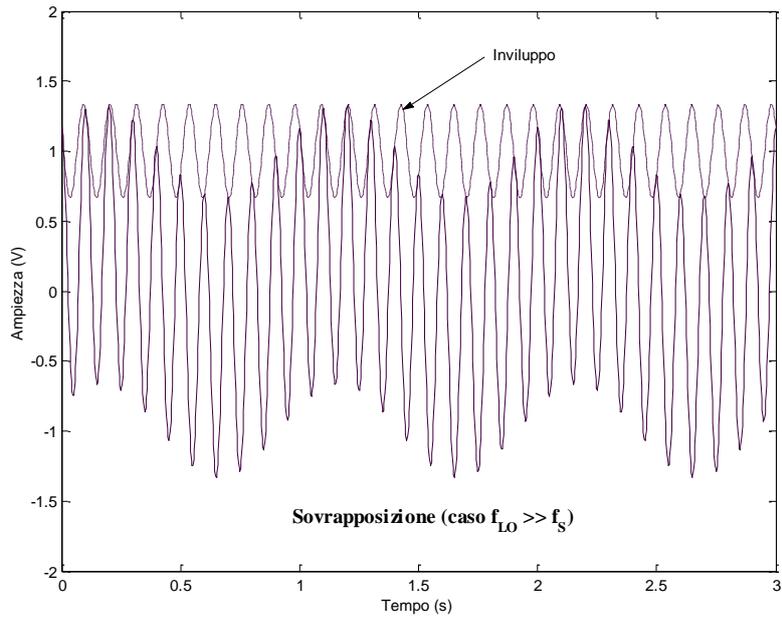


Fig. 4

In Fig. 5 e in Fig. 6 è rappresentato il caso $f_{LO} \approx f_S$, per completezza.

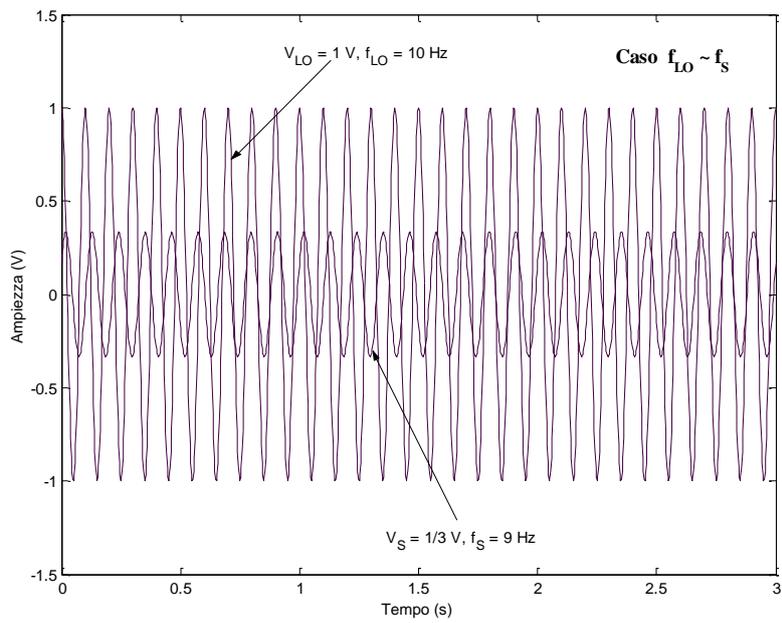


Fig. 5

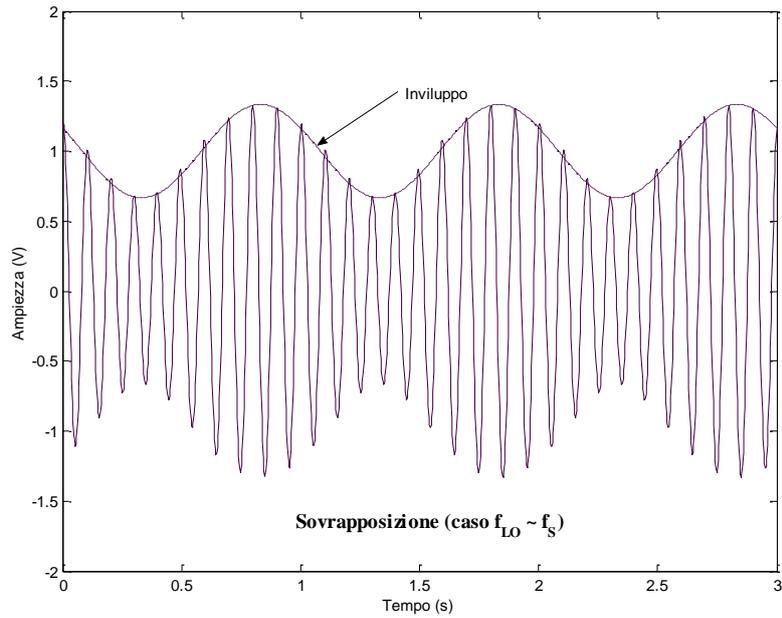


Fig. 6

Adesso che $v_{\Sigma}(t)$ è stato semplificato grazie all'ipotesi $V_{LO} \gg V_S$, vedi la (14), anche la tensione $v_R(t)$, data dalla (9), risulta semplificata in quanto

$$s(t) = \begin{cases} +1 & \text{per } \cos(\omega_{LO}t) > 0 \\ 0 & \text{per } \cos(\omega_{LO}t) < 0 \end{cases} \quad (15)$$

Quindi $s(t)$ si sviluppa in serie di Fourier come

$$s(t) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi n} \cos(n\omega_{LO}t), \quad (16)$$

dove l'indice n può assumere soltanto valori dispari.

Per avere una rappresentazione grafica di $v_R(t)$ si veda quanto rappresentato in Fig. 8 (caso $f_{LO} \gg f_S$) e in Fig. 9 (caso $f_{LO} \approx f_S$).

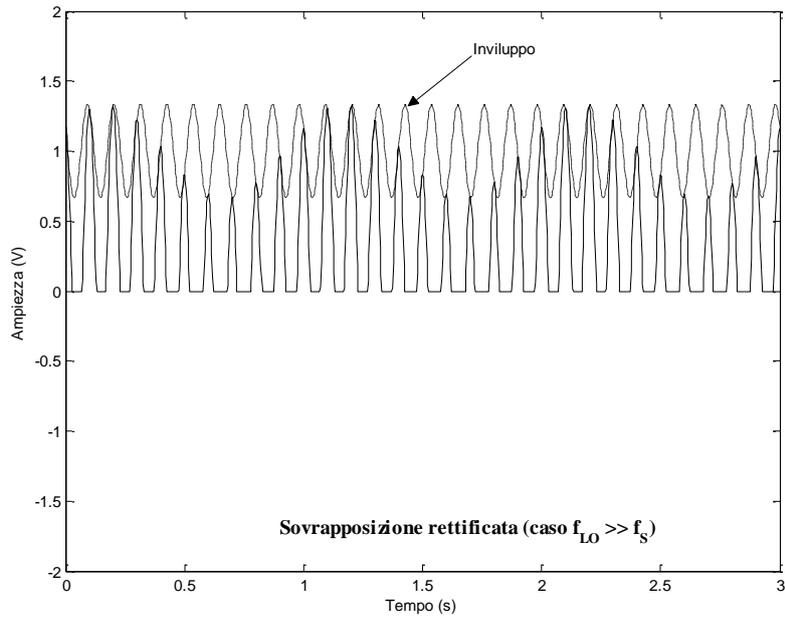


Fig. 8

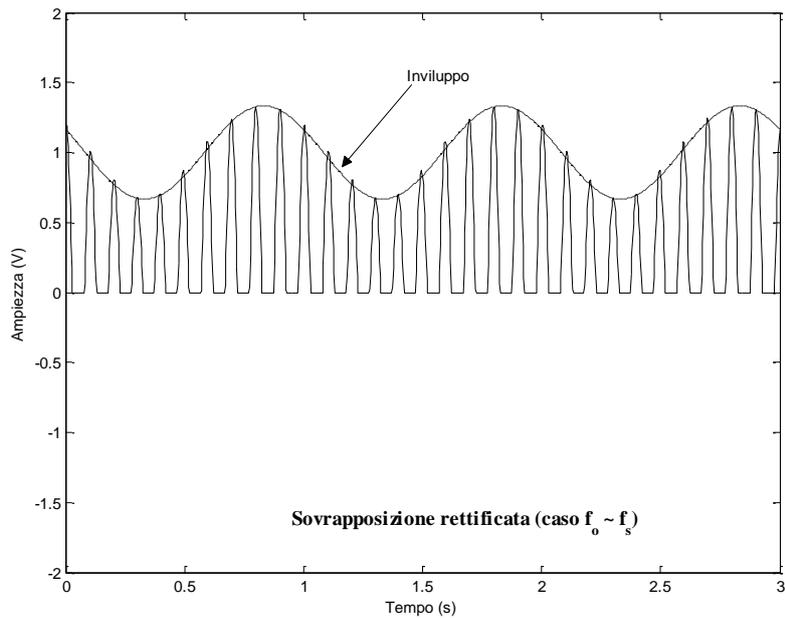


Fig. 9

Sostituendo le (1), (2), (3) e la (16) nella (9) si ottiene

$$v_R(t) \approx [V_{LO} \cos(\omega_{LO}t) + V_S \cos(\omega_S t + \alpha)] \left[\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi n} \cos(n\omega_{LO}t) \right]. \quad (17)$$

Si rammenti che la (17) vale solo nell'ipotesi $V_{LO} \gg V_S$ e che la sommatoria include solo i termini con n dispari. Dalla (17), attraverso le formule trigonometriche, si ottiene

$$\begin{aligned}
v_R(t) &= \frac{1}{2}V_{LO} \cos(\omega_{LO}t) + \frac{1}{2}V_S \cos(\omega_S t + \alpha) \\
&+ V_{LO} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi n} \left\{ \cos[(n-1)\omega_{LO}t] + \cos[(n+1)\omega_{LO}t] \right\} \\
&+ V_S \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi n} \left\{ \cos[(n\omega_{LO} - \omega_S)t - \alpha] + \cos[(n\omega_{LO} + \omega_S)t + \alpha] \right\}
\end{aligned} \tag{18}$$

Raggruppando infine si ottiene,

$$\begin{aligned}
v_R(t) &\approx \frac{1}{\pi}V_{LO} + \frac{1}{2}V_{LO} \cos(\omega_{LO}t) + \frac{1}{2}V_S \cos(\omega_S t + \alpha) \\
&+ \frac{2}{\pi}V_{LO} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{n+1}{n(n+2)} \right] \cos[(n+1)\omega_{LO}t] \\
&+ \frac{1}{\pi}V_S \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left\{ \cos[(n\omega_{LO} - \omega_S)t - \alpha] + \cos[(n\omega_{LO} + \omega_S)t + \alpha] \right\}
\end{aligned} \tag{19}$$

Dalla (19) si conclude perciò che alla porta IF si trovano i prodotti di mescolazione a frequenza: f_{LO} e i suoi multipli pari, f_S , $nf_{LO} - f_S$ e $nf_{LO} + f_S$ con n dispari.

L'analizzatore di spettro è tarato per il prodotto di mescolazione a frequenza $f_{LO} - f_S$ (cioè la sintonia avviene quando $f_S = f_{LO} - f_{IF}$). Il rapporto fra l'ampiezza del segnale a radiofrequenza applicato all'ingresso del mixer e l'ampiezza del prodotto di mescolazione a frequenza $f_{LO} - f_S$ è pari a π , che corrisponde ad una perdita di conversione di 9,9 dB. I mixer a configurazione bilanciata hanno perdite di conversione inferiore (il minimo teorico è 3,9 dB, che corrisponde al fattore $\pi/2$).

L'isolamento della porta IF rispetto alla porta S è 6 dB infatti il segnale a radiofrequenza si trova alla porta IF dimezzato. Analoga conclusione per l'isolamento della porta IF rispetto alla porta OL.

La (19) è valida fintantoché $V_{LO} \gg V_S$. In particolare, quando questa ultima condizione non è verificata, i prodotti di mescolazione saranno a frequenza $|nf_{LO} \pm mf_S|$ (n e m naturali qualsiasi). Fra questi termini quelli con $m > 1$ sono indesiderati, in special modo quelli a frequenza, $f_{LO} - 3f_S$, Si attribuisce infatti al segnale a radiofrequenza un contenuto armonico che esso non possiede ma è il risultato della non-linearità del mixer nei confronti del segnale a radiofrequenza stesso. Maggiore è la potenza dell'oscillatore locale che è possibile applicare al mixer maggiore è la potenza del segnale a radiofrequenza per cui il mixer ha un comportamento lineare.

Riferimenti

[1] Devendra K. Misra, *Radio-frequency and microwave communication circuits analysis and design*, Second edition, John Wiley & Sons, Inc., 2004.